УДК 532.516.5:532.69

УСТОЙЧИВОСТЬ ФОРМЫ КАПЛИ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАССОВЫХ СИЛ

Архипов В.А., Усанина А.С.

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия

АННОТАЦИЯ

Представлены результаты экспериментального и теоретического исследования движения и деформации капли в закрученном потоке вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса. Экспериментально получена зависимость критического значения числа Бонда, соответствующего потере устойчивости формы капли по механизму Рэлея-Тейлора, от режима движения капли в диапазоне чисел Рейнольдса Re=0.03÷0.84.

ВВЕДЕНИЕ

Механизмы процессов разрушения капли на отдельные фрагменты являются одними из классических задач гидродинамики. Процесс деформации и дробления капли – чрезвычайно сложный и характеризуется взаимодействием сил поверхностного натяжения, вязкости и инерции. В классических работах по гидродинамике известны два механизма потери устойчивости при движении капли в потоке [1]. При достаточно больших числах Бонда Bo разрушение происходит из-за развития неустойчивости Рэлея-Тейлора, а при достаточно больших числах Вебера We – из-за развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. В монографии [2] теоретически изучена возможность разрешимости задачи для осесимметричных возмущений капли, удерживаемого силами поверхностного натяжения в случае осесимметричных возмущений во внешнем потоке. В результате решения задачи на собственные значения чисел Bo, найдено критическое значение $Bo_{кр}\approx 90$, при котором первоначально сферическая частица начинается деформироваться и распадаться на более мелкие фрагменты. Данная проблема также изучалась в работах [1, 3].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Для исследований была выбрана пара жидкостей: ртуть (материал капли) и раствор хлористого цинка $ZnCl_2$ в глицерине (дисперсионная среда). До и после проведения экспериментов проводились тщательные измерения физических характеристик рабочей жидкости. Результаты измерений показали, что плотность раствора и коэффициент пограничного натяжения равны $\rho_l=(1.27\pm0.02)$г/см^3, $\sigma=(0.300\pm0.015)$Н/м, соответственно. Значения вязкости рабочей жидкости варьровались в диапазоне $\mu_l=(2.2\div15.0)$Па с при температуре рабочей жидкости $T=8\div20\,°C$. Для вязкости и плотности ртути использовались табличные значения [4] при температуре 20°C: $\mu_p=1.6\cdot10^{-3}$ Па·с; $\rho_p=13.55$ г/см^3.

Для оценки возможности потери устойчивости формы капли в области малых значений чисел Бонда и Вебера при Re<1 были проведены исследования устойчивости формы капли при ее гравитационном осаждении. Экспериментальная установка состоит из прозрачного резервуара размером 50×60×300 мм с плоскопараллельными стенками, наполненного рабочей жидкостью, устройства для получения капли и системы визуализации.

Для исключения влияния нестационарных эффектов видеосъемка капли проводилась на стационарном участке ее движения. По измеренным в эксперименте характеристикам определялись значения чисел Рейнольдса, Бонда и Вебера

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}=\rho_l u_z D/\mu_l \\ &\mathrm{Bo}=g\rho_p(1-\rho_l/\rho_p)D^2/\sigma, \\ &\mathrm{We}=\rho_l u_z^2 D/\sigma \end{aligned} \qquad (1)$$

где u_z – квазистационарная скорость гравитационного осаждения капли; g – ускорение свободного падения.

В исследованном диапазоне критериев подобия (Re=0.01÷0.051, Bo=6.4÷19.7, We=$6.8\cdot10^{-3}\div7.4\cdot10^{-2}$) не было обнаружено деформации капли. Максимальное значение числа Бонда, которое

© Архипов В.А., Усанина А.С.

было получено в проведенных экспериментах, составляло Bo=19.7. Для обеспечения более высоких значений числа Bo необходимо получить исходные сферические капли более крупных размеров, что невозможно, используя обычные способы. Для достижения более высоких значений числа Бонда при числах Рейнольдса Re<1 необходимо использовать принципиально новую методику исследования.

В связи с этим разработан новый способ исследования потери устойчивости формы капли, позволяющий обеспечить более высокие значения числа Бонда при меньшем диаметре капли. Суть предлагаемого способа заключается в том, что гравитационное осаждение капли в поле ускорения силы тяжести дополняется ее радиальным движением в поле ускорения центробежной силы инерции, возникающей при вращении сосуда с рабочей жидкостью.

При этом входящее в число Бонда (1) ускорение массовых сил ω будет равно

$$\omega = g\sqrt{1+k^2}\ , \qquad (2)$$

где $k = \omega_{цб}/g$ – степень перегрузки; $\omega_{цб}$ – ускорение центробежных массовых сил. При вращении сосуда с большой угловой скоростью можно обеспечить достаточно большие значения $\omega_{цб}$. При этом суммарное ускорение массовых сил ω>>g и замена ускорения свободного падения g на суммарное ускорение массовых сил позволяет увеличить величину числа Бонда при числах Рейнольдса Re<1 и, тем самым, достичь требуемый режим движения капли.

В рамках предлагаемого способа разработано, запатентовано и отлажено устройство (рис.1), состоящее из цилиндрического резервуара, полностью наполненного вязкой жидкостью [5]. Сверху резервуар закрыт прозрачной крышкой, обеспечивающей герметичность конструкции. Резервуар с рабочей жидкостью раскручивается с помощью электродвигателя до необходимой угловой скорости. Затем в резервуар с вращающейся жидкостью поступает исходная сферическая капля, процесс движения и деформация которой регистрируется скоростной видеокамерой.

Для обеспечения требуемого режима движения капли (Re<1, $Bo=Bo_{кр}$), необходимо использовать каплю определенного размера, рабочую жидкость с определенным значением коэффициента динамической вязкости и вращать резервуар с определенной угловой скоростью.

Оценка этих параметров проводилась с помощью следующих аналитических выражений, соответственно:

$$D = \sqrt{\frac{\sigma Bo}{(\rho_p - \rho_l) g\sqrt{1+k^2}}}\ ,$$

$$\mu_l > \left[\frac{\rho_l(\rho_p - \rho_l)D^3}{18} g\sqrt{1+k^2}\right]^{0.5}\ ,$$

$$n = \frac{1}{2\pi\sqrt{r}}\left\{\left(\frac{\sigma Bo}{(\rho_p - \rho_l)D^2}\right)^2 - g^2\right\}^{0.25}$$

где r – радиальная координата капли.

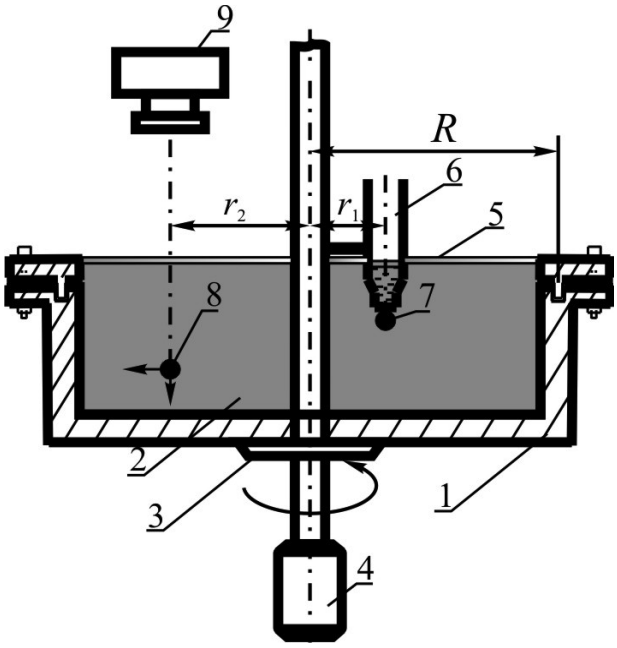

Рис.1 Принципиальная схема установки для исследования устойчивости формы капли: 1 – цилиндрический резервуар; 2 – рабочая жидкость; 3 – основание; 4 – электродвигатель; 5 – прозрачная крышка; 6 – устройство для получения капель; 7 – начальная капля; 8 – движущаяся капля; 9 – скоростная видеокамера.

Для оперативного выбора параметров эксперимента применительно к предложенному выше экспериментальному устройству разработана физико-математическая модель движения капли в закрученном потоке вязкой жидкости с учетом ее гравитационного осаждения.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Постановка задачи: Цилиндрический резервуар, закрытый сверху крышкой и полностью заполненный вязкой жидкостью, постепенно раскручивается против часовой стрелки до некоторого значения угловой скорости $\vec{\Omega}$ $(|\vec{\Omega}| = 2\pi n)$. При $|\vec{\Omega}| = const$ аксиальная и радиальная компоненты вектора скорости жидкости в неподвижной цилиндрической системе координат z, r, φ (рис.2) равны нулю ($V_z = V_r = 0$), а радиальное распределение тангенциальной компоненты соответствует квазитвердому вращению: $V_\varphi(r) = |\vec{\Omega}| r = 2\pi n r$.

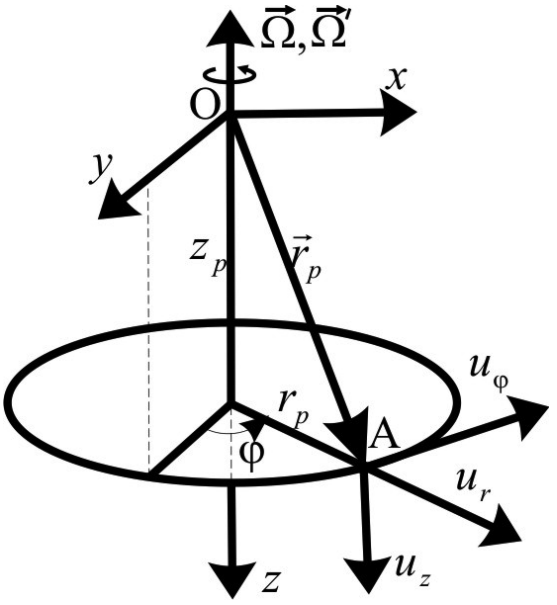

Рис.2 Цилиндрическая (z, r, φ) и декартова (x, y, z) системы координат.

При достижении заданной постоянной угловой скорости вращения в сосуд с вязкой жидкостью в момент времени $t = t_0$ вводят каплю ртути диаметром D на некотором расстоянии r_1 от оси вращения Oz. При этом начальные значения аксиальной и радиальной компонент вектора скорости капли в неподвижной системе координат равны нулю $(u_z = u_r = 0)$ а начальное значение тангенциальной компоненты $u_\varphi = |\vec{\Omega}| r_1$. Положение капли A в любой момент времени определяется ее радиус-вектором $\vec{r}_p$ с координатами z_p, r_p, φ_p. Необходимо определить значение скорости и положение капли (траекторию движения) в любой момент времени $t > t_0$.

Система уравнений, описывающая движение капли в поле центробежных массовых сил, для стоксовского режима движения (Re<1,C_D=24/Re) имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{du_z}{dt} = g\left(1 - \dfrac{\rho_l}{\rho_p}\right) - \dfrac{18\mu_l}{\rho_p D^2} u_z, \\ \dfrac{du_r}{dt} = \dfrac{1}{r}\left(u_\varphi^2 - \dfrac{\rho_l}{\rho_p} V_\varphi^2\right) - \dfrac{18\mu_l}{\rho_p D^2} u_r, \\ \dfrac{du_\varphi}{dt} = -\dfrac{u_\varphi u_r}{r} + \dfrac{18\mu_l}{\rho_p D^2}(V_\varphi - u_\varphi). \end{cases} \quad (3)$$

В системе уравнений (3) учитываются внешние силы, обусловленные градиентом давления среды и силы инерции, обусловленные вращением капли вокруг оси Oz. Силы инерции рассмотрены для неинерциальной системы координат, вращающейся вокруг оси Oz с угловой скоростью капли $\vec{\Omega}'$, которая в отличие от угловой скорости резервуара $\Omega = const$ может изменяться по модулю за счет отставания капли от вращающейся жидкости ($u_\varphi \le V_\varphi$).

Для расчета траектории движения капли система уравнений (3) дополнялась кинематическими соотношениями:

$$u_z = dz_p / dt, \; u_r = dr_p / dt, \quad (4)$$

$$u_\varphi = r_p^{-1} d\varphi_p / dt, \quad (4)$$

где $\vec{r}_p(z_p, r_p, \varphi_p)$ – радиус-вектор капли. Для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (3) и (4) использовалась неявная по правым частям разностная схема первого порядка точности [2]. Расчет проводился при следующих начальных условиях:

$$t = t_0 : \begin{cases} z_p = 0, r_p = r_1, \varphi_p = 0, \\ u_z = 0, u_r = 0, u_\varphi = 2\pi n r_1 \end{cases}$$

Для учета внутреннего течения жидкости в капле при Re<1 в коэффициент сопротивления вводилась поправка, полученная из решения Рыбчинского-Адамара для задачи вязкого обтекания сферической капли $C_D = 24 / \mathrm{Re}[(3\mu^* + 2)/(3 + 3\mu^*)]$ (где $\mu^* = \mu_p / \mu_l$).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Результаты экспериментального исследования движения и деформации капель ртути в закрученном потоке вязкой жидкости на описанной выше установке получены для следующего диапазона значений определяющих параметров: D=(4÷6) мм, n=(4÷9) оборотов в секунду, Re=0.01÷4, Bo=6.4÷456, We=0.01÷20.

Обнаружено, что после введения капли ртути в резервуар с вязким раствором, она движется по спирали, расширяющейся в направлении оси Oz (рис.3). При этом практически на всей траектории капля движется в режиме, близком к квазистационарному. Вид спирали зависит от параметров эксперимента: D, μ_l и n.

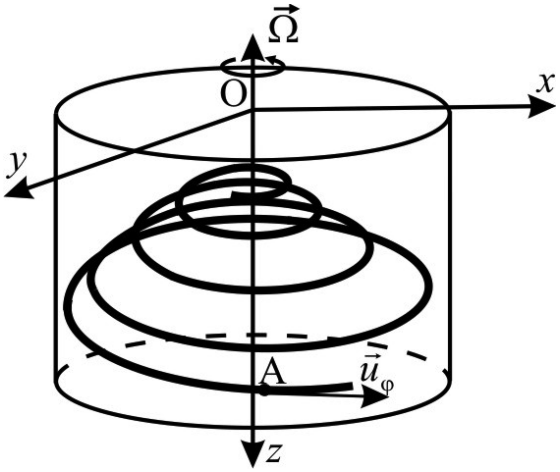

Рис.3 Траектория движения капли.

Радиальная u_r и тангенциальная u_φ компоненты скорости капли линейно возрастают с увеличением радиальной координаты. Было обнаружено отставание капли от несущего потока, которое уменьшается с увеличением вязкости рабочей жидкости и уменьшением диаметра капли.

По мере движения капли к периферии резервуара, значения чисел Рейнольдса, Вебера и Бонда возрастают. Критерии подобия вычислялись для условий конкретных экспериментов по следующим формулам:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_l \sqrt{u_z^2 + u_r^2 + (V_\varphi - u_\varphi)^2}\, D}{\mu_l},$$

$$\mathrm{We} = \frac{\rho_l [u_z^2 + u_r^2 + (V_\varphi - u_\varphi)^2] D}{\sigma},$$

$$\mathrm{Bo} = \rho_p D^2 |\vec{\omega}| / \sigma \qquad (5)$$

Поскольку капля одновременно движется в аксиальном, радиальном и тангенциальном направлении, то суммарное ускорение массовых сил $|\vec{\omega}|$, входящее в выражение для числа Бонда (5) складывается из трех компонент:

$$|\vec{\omega}| = \sqrt{|\vec{\omega}_z| + |\vec{\omega}_r| + |\vec{\omega}_\phi|},$$

где $|\vec{\omega}_z| = g(\rho_p - \rho_l)/\rho_p$,

$$|\vec{\omega}_r| = (u_\varphi^2 - V_\varphi^2 \rho_l / \rho_p)/r, \; |\vec{\omega}_\varphi| = u_r u_\varphi / r.$$

Начиная с некоторого критического набора параметров D, n и μ_l начинается деформация капли, причем степень деформации увеличивается с возрастанием радиальной координаты (рис.4). Во всех проведенных экспериментах качественная картина деформации была одинаковой и характеризовалась образованием осесимметричной «вмятины» со стороны, противоположной направлению суммарного вектора ускорения капли $\vec{\omega}$. В зависимости от начальных параметров эксперимента было обнаружено отклонение ориентации «вмятины» от радиального направления (от оси Or), вызванное действием силы Кориолиса.

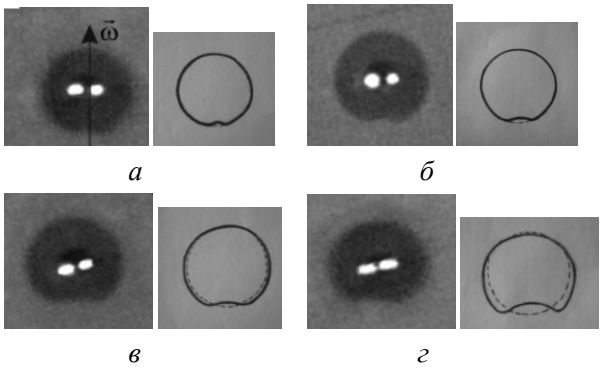

Рис.4 Форма капли в зависимости от радиальной координаты (D=6 мм, μ_l = 7.67 Па·с, n=6.06 об/с): а – Bo=79, Re=0.18, We=0.85, r=3.85 см; б – Bo=142, Re=0.34, We=2.79, r=7 см; в – Bo=182, Re=0.43, We=4.6, r=9 см; г – Bo=227, Re=0.54, We=6.92, r=11.2 см;

При анализе условий потери устойчивости формы капли показано, что критическое значение числа Бонда, соответствующее началу деформации капли в области Re<1, существенно зависит от вязкости рабочей жидкости (или числа Рейнольдса). Из рисунка 5 видно, что значение Вокр аппроксимируется с погрешностью не более 8% эмпирической формулой (сплошная линия)

$$\mathrm{Bo}_{кр} = 3.8 \exp(2.3/(\mathrm{Re} + 0.5)).$$

Для анализа механизма, по которому происходит потеря устойчивости формы капли, проведена оценка действующих на каплю сил. Анализ экспериментальных данных показал, что для проведенных экспериментов потеря устойчивости формы капли связана с механизмом Рэлея-Тейлора.

Поскольку на основном участке траектории капля движется в квазистационарном режиме, то, учитывая уравнение движения капли, записанное в проекции на ось вектора ускорения массовых сил $\vec{\omega}$, для квазистационарного режима, получим

$$\mathrm{Bo} = 3 C_D \mathrm{We}/4. \qquad (6)$$

При равенстве конкурирующих сил, действующих на каплю, найдены граничные значения

числа Бонда и Вебера Bo*=6, We*=8. С учетом зависимости (6) для стоксовского режима соответствующее граничное значение числа Рейнольдса Re*, отделяющее области с разным механизмом потери устойчивости капли, равно

Re*=18 We*/Bo*=24

При Re<<Re* потеря устойчивости капли происходит по механизму Рэлея-Тейлора, а при Re>>Re* – по механизму Кельвина-Гельмгольца.

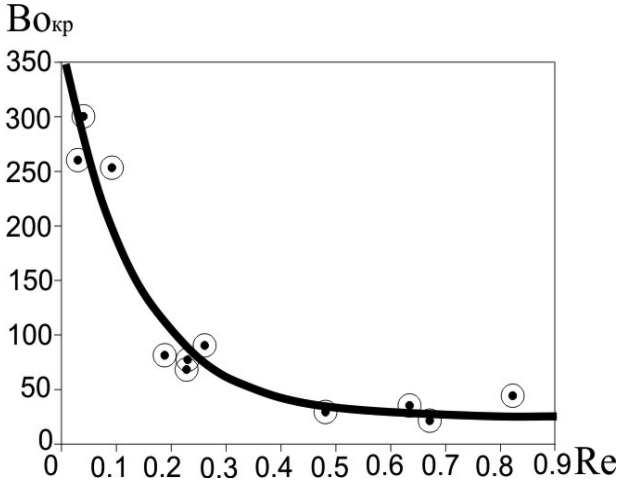

Рис.5 Зависимости критических значений числа Bo от числа Re.

На рисунке 6 приведена зависимость (6), полученная при различных выражениях для коэффициента сопротивления C_D: 1 – по Стоксу; 2 – по Рыбчинскому-Адамару; 3 – по Клячко.

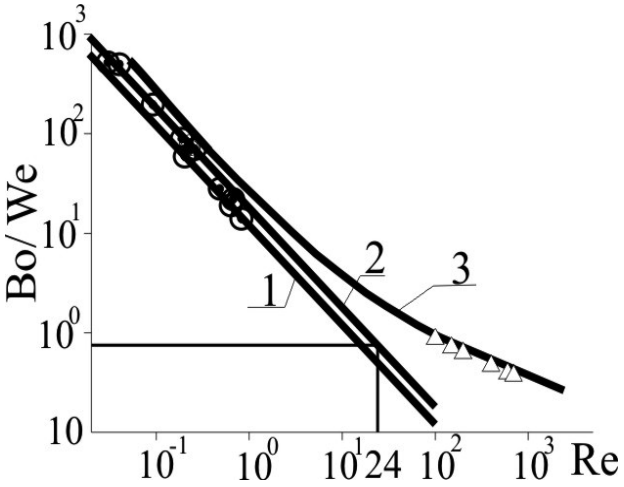

Рис.6 Зависимость Bo/We от Re для разных C_D: точки – экспериментальные данные настоящей работы при Re<1; Δ – экспериментальные данные при Re>100 [6]

На основе анализа полученных экспериментальных и теоретических данных по потере устойчивости формы капли в закрученном потоке вязкой жидкости сформулированы следующие выводы:

- Предложен новый способ исследования потери устойчивости формы капли в области Re<1, заключающийся в замене ускорения свободного падения на ускорение центробежных массовых сил.
- Предложен новый способ исследования потери устойчивости формы капли в области Re<1, заключающийся в замене ускорения свободного падения на ускорение центробежных массовых сил. Для реализации этого способа разработана установка для исследования устойчивости капли ртути в закрученном потоке вязкой жидкости.
- Разработана физико-математическая модель движения капли в закрученном потоке вязкой жидкости с учетом ее гравитационного осаждения, на основе которой проанализированы режимы движения капли и получены исходные данные для проведения экспериментов в заданных диапазонах критериев подобия Re=0.01÷4, Bo=6.4÷460, We=0.01÷20. Показана необходимость учета силы Кориолиса при расчете суммарного ускорения капли.
- На разработанной установке проведена серия экспериментов по анализу характеристик движения и деформации капли ртути в вязкой жидкости (раствор хлористого цинка в глицерине с $\mu_l \le 15$ Па·с). Впервые экспериментально обнаружена потеря устойчивости сферической формы капли при Re<1, проявляющаяся в образовании осесимметричной «вмятины» со стороны, противоположной направлению суммарного вектора массовых сил.
- Показано, что в области малых чисел Рейнольдса (Re<1) потеря устойчивости формы капли происходит по механизму Рэлея-Тейлора при достижении некоторого критического значения числа Бонда. При этом критическое значение числа Бонда, соответствующее началу деформации границы раздела фаз, существенно зависит от режима движения (числа Рейнольдса) и монотонно уменьшается от 300 до 21 в диапазоне Re=0.03÷0.84.
- Показано, что результаты по потере устойчивости формы капель и пузырьков при Re<1, обработанные в координатах Re, Bo/We, удовлетворительно описываются единой зависимостью Bo/We=f(Re), которая позволяет выделить граничное значение числа Рейнольдса Re*=24, разделяющее области с разным механизмом потери устойчивости формы капли (пузырька) – механизм Рэлея-Тейлора (при Re<<Re*) и Кельвина-Гельмгольца (при Re>>Re*).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. Часть 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
2. Газовая динамика двухфазных течений в соплах / И.М. Васенин [и др.]. – Томск.: Изд-во Том. ун-та, 1986. – 264 с.
3. Clift R. Bubbles, drops and particles / R. Clift, J.R. Grase, M.E. Weber – New York: Academic Press, 1978. – 378 p.
4. Гороновский И.Т. Краткий справочник по химии / И.Т. Гороновский, Ю.П. Назаренко, Е.Ф. Некряч. – Киев : Наукова думка, 1974. – 984 с.
5. Устройство для исследования устойчивости движения капель : пат. Российская Федерация : МПК B01L 99/00 / Архипов В.А., Березиков А.П., Васенин И.М., Трофимов В.Ф., Усанина А.С., Шрагер Г.Р. – № 2394649 ; заявл. 27.04.2009 ; опубл. 20.07.2010, электронный бюл. «Изобретения. Полезные модели». № 33.
6. Корсунов Ю.А. Экспериментальное исследование дробления капель жидкости при низких значениях чисел Рейнольдса / Ю.А. Корсунов, А.П. Тишин // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1971. – № 2. – С. 182-186 с.