УДК 536.3+536.42

ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Слепцов С.Д., Рубцов Н.А.

Институт теплофизики им.С.С.Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

С помощью интегральных уравнений переноса излучения получены балансовые соотношения оптических параметров поверхности полупрозрачной среды. Расчеты сделаны для сапфира при двух длинах волн в диапазоне температур T=2300-2700 K. Получены зависимости оптических параметров от температуры и оптической толщины и сравнение с экспериментом. Показано удовлетворительное совпадение результатов расчета с экспериментом.

ВВЕДЕНИЕ

Оптические свойства (излучательная, пропускательная, отражательная способности) однородных по составу полупрозрачных сферических частиц определяются обычно привлечением теории Ми [1, 2]. В то же время появляются работы, в которых определение оптических свойств связано с привлечением теории переноса излучения, использующей приближение геометрической оптики [3, 4]. Ниже рассматривается анализ оптических свойств сферических частиц на основе исследований теплового излучения осесимметричных систем, выполненных в [4, 5], а также сопоставления с экспериментальным данным [6 – 8] применительно к сапфиру.

МЕТОД РЕШЕНИЯ И АНАЛИЗ

Основная идея получения указанных результатов сводится к использованию интегральных уравнений излучения в замкнутых излучающих (и поглощающих) системах с непроницаемой границей для анализа термодинамически равновесного состояния системы.

В этой связи привлекались интегральные уравнения состояния системы, записанные относительно плотности потока полусферического результирующего, $E_{рез}$, излучения в исходной —

$$E_{рез}(M) = (1-R(M)) \int_F E_{эф}(N) Q(M,N) dF_N + \\ + (1-R(M)) \int_V \eta_{соб}(P) L(M,P) dV_P - E_{соб}(M), \; M \in F \quad (1)$$

и разрешающей —

$$E_{рез}(M) = (1-R(M)) \int_F E_{соб}(N) \Gamma(M,N) dF_N + \\ + (1-R(M)) \int_V \eta_{соб}(P) Z(M,P) dV_P - E_{соб}(M), \; M \in F \quad (2)$$

формах [4].

Здесь

$$\Gamma(M,N) = Q(M,N) + \int_F R(P) Q(M,P) \Gamma(P,N) dF_P, \\ M \in F, \; N \in F \quad (3)$$

$$Z(M,P) = L(M,P) + \int_F R(N) \Gamma(M,N) L(N,P) dF_N, \\ M \in F, \; P \in V \quad (4)$$

– разрешающие ядра интегрального уравнения (2), учитывающие многократные отражения, от внутренней поверхности системы, *F*.

$$Q(M,N) = e^{-h} \frac{\cos(s, n_M) \cos(s, n_N)}{\pi r_{MN}^2},$$

$$L(M,P) = e^{-\Delta h} \frac{\cos(s, n_M)}{4\pi r_{MP}^2} \quad (5)$$

– исходные ядра интегрального уравнения (1), определяющие прямое, без промежуточных отражений, взаимодействие соответственно площадок с точками $M \in F$ и $N \in F$, а также – площадки с точкой $M \in F$ и элементарного объема $P \in V$; $E_{рез}$, $E_{эф} = (E_{соб} + E_{отр})$, $E_{отр} = RE_{пад}$, $E_{пад}$, $E_{соб} = (1-R)E_в$, $E_в$ – плотности потоков полусфе-

© Слепцов С.Д., Рубцов Н.А.

рического, соответственно, результирующего, эффективного, отраженного, падающего, собственного и равновесного излучений; R – коэффициент полусферического отражения от внутренней поверхности системы, $\eta_{соб} = \alpha' \eta_в = 4\alpha E_в$ – плотность потока сферического собственного излучения, $h = \int_0^r \alpha(s)ds$, $\Delta h = \int_{r^*}^r \alpha(s)ds$, α – коэффициент объемного поглощения излучения, r^*, r – фиксированные и текущие точки, r_{MN}, r_{MP} – расстояния между точками.

Применительно к условиям проницаемой границы системы следует иметь в виду, что плотности потоков собственного объемного и поверхностного излучений определяются, соответственно, как $\hat{\eta}_{соб} = n^2 \eta_{соб} = 4\alpha n^2 E_в$ и $\hat{E}_{соб} = n^2 E_{соб} = n^2 A E_в = n^2 \varepsilon E_в$, где $A = 1 - R$, $\varepsilon = A$, а граница системы является проницаемой по отношению к внешнему и внутреннему излучениям.

Система с проницаемой для излучения границей обладает способностью поглощать излучение, проникающее через внешнюю поверхность границы, пропускать излучение, проникшее в систему и выходящее через ее внутреннюю поверхность, а также отражать падающее на систему излучение наружной и внутренней поверхностями границы.

На проницаемой и непоглощающей границе системы справедливо условие инвариантности встречных потоков излучения:

$$E_{пад}(M)n^2\left(1-R(M)\right) = E^*_{пад}(M)n_0^2\left(1-R_0(M)\right), \quad M \in F, \tag{6}$$

где $E_{пад}(M)$, $E^*_{пад}(M)$, – плотности потоков излучения, падающего на элементарную площадку с точкой $M \in F$ соответственно изнутри и снаружи системы.

В рассматриваемых осесимметричных системах полагаем $R(M) = R$, $R_0(M) = R_0$, $E_{пад}(M) = E_{пад}$, $E^*_{пад}(M) = E^*_{пад}$. В состоянии термодинамического равновесия системы и окружающей среды $E_{пад} = E^*_{пад} = E_в$, а из уравнения (6) вытекает оптический инвариант излучения,

$$n^2\left(1-R\right) = n_0^2\left(1-R_0\right), \tag{7}$$

определяющий соотношение между коэффициентами отражения на внутренней (R) и наружной (R_0) поверхностях при условии $n_0 < n$.

Соотношение (7) справедливо для условий сопряжения двух полубесконечных сред. При этом R_0 для невогнутой поверхности определяется соотношением Уолша-Данкла [2], вытекающая из формулы Френеля.

Плотность потока излучения, выходящего из системы после однократного отражения от внутренней поверхности и пропуска отраженного излучения средой с учетом (6) определяется следующим образом:

$$RdE_{пад}n^2\left(1-R\right) = RdE^*_{пад}n_0^2\left(1-R_0\right). \tag{8}$$

Здесь

$$d \equiv d(F,F) = \frac{1}{F}\int_F\int_F Q(M,N)dF_N dF_M s \tag{9}$$

– интегральное значение пропускательной способности среды, вытекающее из интегрального уравнения (1), которое будучи проинтегрированным по поверхности и рассматриваемым в условиях термодинамического равновесия (при котором $E_{рез} = 0$, $E_{пад} = E_{эф} = E_в$, $\eta_{соб} = 4\alpha E_в$), вырождается в уравнение замкнутости,

$$d(F,F) + a(F,V) = 1 \tag{10}$$

где

$$a(F,V) = \frac{1}{F}\int_F\int_V \alpha(P)L(M,P)dV_P dF_M \tag{11}$$

– осредненная по поверхности поглощательная способность среды, заполняющей систему [4].

Из анализа соотношений (6) и (8) следует, что плотность потока "собственного излучения" проницаемой границы $E_{соб}$ формально подразделяется на две составляющие:

$$\hat{E}_{соб} = \hat{E}^{(1)}_{соб} + \hat{E}^{(2)}_{соб} \tag{12}$$

где

$$\hat{E}^{(1)}_{соб} = \frac{E^*_{пад}\left(1-R_0\right)n_0^2}{1+Rd},$$

$$\hat{E}^{(2)}_{соб} = \frac{R \cdot d \cdot E^*_{пад}\left(1-R_0\right)n_0^2}{1+Rd}. \tag{13}$$

Используя представление (12) для $E_{соб}(N)$ под знаком интеграла в выражении (2), а также интегрируя это выражение по поверхности системы, получаем:

$$\begin{aligned} E_{рез} = {} & \frac{1}{F}(1-R)\int_F\int_F \hat{E}^{(1)}_{соб}(N)\Gamma(M,N)dF_N dF_M + \\ & + \frac{1}{F}(1-R)\int_F\int_F \hat{E}^{(2)}_{соб}(N)\Gamma(M,N)dF_N dF_M + \\ & + \frac{1}{F}(1-R)\int_F\int_V \hat{\eta}_{соб}(P)Z(M,P)dV_P dF_M - \\ & - E^*_{пад}\left(1-R_0\right)n_0^2. \end{aligned} \tag{14}$$

В состоянии термодинамического равновесия излучающей (поглощающей) системы и окружающей среды $E_{рез} \equiv 0$, $E_в(P) = E_в$, $E^*_{пад} = E_в$, $\alpha(P) = \alpha$, $\hat{\eta}_{соб}(P) = \hat{\eta}_{соб} = 4n^2\alpha E_в$; при этом двойные интегралы, учитывающие процессы многократного отражения от внутренней поверх-

ности рассматриваемых осесимметричных систем определяются простейшими соотношениями [4]:

$$\frac{1}{F}\int_F\int_F \Gamma(M,N)dF_N dF_M = \frac{d}{1-R\cdot d}\ , \qquad (15)$$

$$\frac{4\alpha}{F}\int_F\int_V Z(M,P)dV_P dF_M = \frac{1-d}{1-R\cdot d}\ . \qquad (16)$$

На основании этих соображений, а также учитывая выражение оптического инварианта (7) из уравнения (14) вытекает уравнение замкнутости, которое записывается в форме балансового соотношения относительно интегральных значений поглощательной A^*, пропускательной D^* и отражательной R^* способностей осесимметричной системы, обладающей поглощательной способностью α и коэффициентом преломления [4]:

$$A^* + D^* + R^* = 1 \qquad (17)$$

.

Здесь

$$A^* = \frac{(1-R)n^2(1-d)}{1-Rd}\ , \qquad (18)$$

$$D^* = \frac{(1-R)^2 n^2 d}{1-R^2d^2}\ , \qquad (19)$$

$$R^* = 1-(1-R)n^2 + \frac{R(1-R)^2 n^2 d^2}{1-R^2d^2}\ , \qquad (20)$$

где $d = d(\alpha\cdot L)$, L – характерный размер системы. В случае сферы [4],

$$d = \frac{1}{2h_0^2}\left[1-(1+2h_0)e^{-2h_0}\right], \qquad (21)$$

где $h_0 = \alpha\rho_c$ – оптическая толщина сферы (ρ_c – радиус сферы).

В [6] приведены зависимости спектральных коэффициентов поглощения расплавленной окиси алюминия от температуры с хорошей точностью аппроксимации четвертого порядка при двух значениях длин волн в диапазоне температур $T\in[2300-2700]$ К:

$$\alpha\big|_{\lambda=0.63\ \text{мкм}} = 1.3357\times10^5 - 1.92161\times10^2\cdot T + 0.102913\cdot T^2 - 0.243572\times10^{-4}\cdot T^3 + 0.216378\times10^{-8}\cdot T^4\ , \text{см}^{-1} \qquad (22\ a)$$

$$\alpha\big|_{\lambda=1.15\ \text{мкм}} = 1.09011\times10^4 - 16.3827\cdot T + 0.893919\times10^{-2}\cdot T^2 - 0.211960\times10^{-5}\cdot T^3 + 0.199224\times10^{-9}\cdot T^4\ , \text{см}^{-1} \qquad (22\ b)$$

График зависимости $\alpha_\lambda(T)$ от температуры представлен на рис.1.

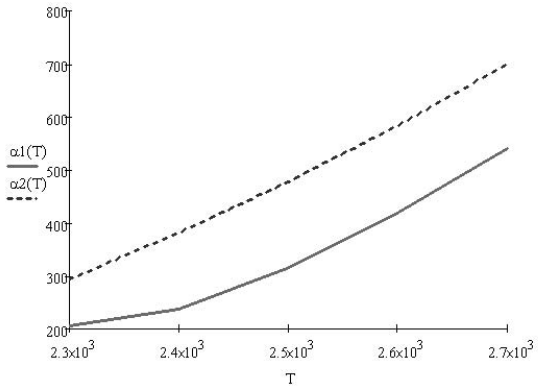

Рис.1 Зависимость: сплошная линия – λ=0,63 мкм, пунктирная линия – 1,15 мкм

Формулы (18) – (20) справедливы в рамках применимости оптического инварианта (7), используемого при рассмотрении процессов отражения на вогнутых поверхностях. Для учета влияния вогнутости система уравнений (7), (18) – (20) дополняется обобщенным оптическим инвариантом, предложенным в [1] и записывается в виде:

$$(1-R_{эф})n^2 = (1-R^*)n_0^2\ . \qquad (23)$$

Здесь $R_{эф}$ – эффективное значение полусферического коэффициента отражения на внутренней, вогнутой поверхности.

Таким образом, вычисление оптических свойств рассматриваемых осесимметричных систем осуществляется в следующем порядке:

– по формуле Уолша-Данкла [2],

$$R_0 = \frac{1}{2} + \frac{(n-1)(3n+1)}{6(n+1)^2} - \frac{2n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)(n^4-1)} + \frac{8n^4(n^4+1)}{(n^2+1)(n^4-1)^2}\ln(n) + \frac{n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^3}\ln\frac{n-1}{n+1}\ ,$$

для заданного значения n/n_0 вычисляется R_0;

– с помощью оптического инварианта (7) определяется значение коэффициентов отражения R на внутренней поверхности системы;

– по формулам (18) – (20), с учетом (21) – (22) для вычисления d рассматриваемой конфигурации, вычисляются значения A^*, D^*, R^* в первом приближении;

– по найденному значению R^* с помощью (23) вычисляется эффективное значение коэффициента отражения $R_{эф}$ на внутренней поверхности системы;

– по формулам (18) – (20), в которых R заменяется на $R_{эф}$, вычисляются уточненные, таким образом, значения A^*, D^*, R^*;

– полученный результат сравнивается с экспериментальными данными, представленными в работах [7, 8].

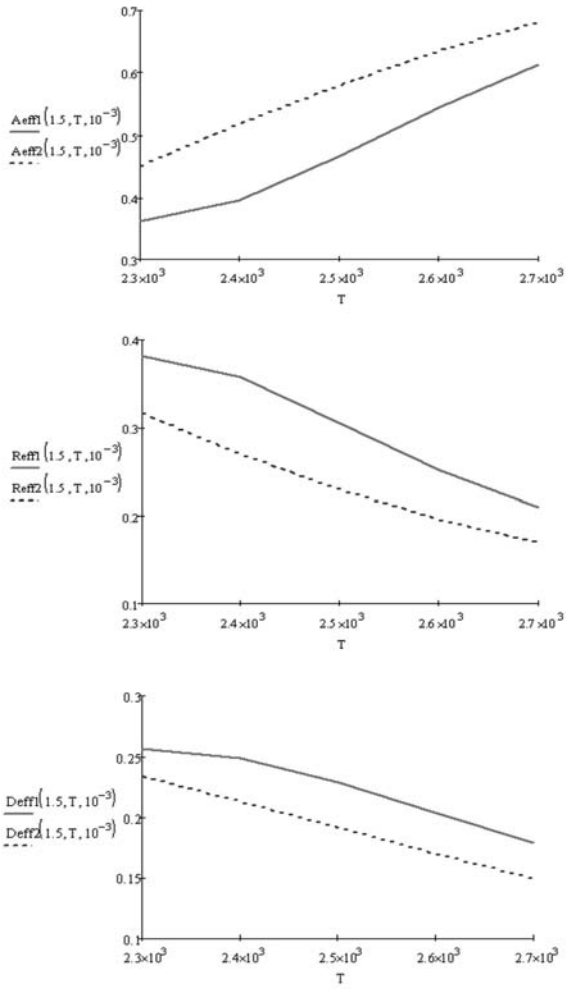

Рис.2 Эффективные оптические параметры сапфира при разных температурах: сплошная линия – λ=0,63 мкм, пунктирная линия – 1,15 мкм

Ниже представлен анализ результатов численного расчета оптических свойств оксида алюминия при разных значениях температур и радиуса сферы частиц с применением (22) и сравнение с экспериментальными данными.

На рис.2 представлены графики зависимости поглощательной, отражательной и пропускательной способностей Al_2O_3 от температуры при фиксированном радиусе частицы $\rho_c = 1$мм. Поглощательная способность с повышением температуры растет монотонно, при длине волны $\lambda = 0.63$ мкм рост нелинейный, при $\lambda = 1.15$ мкм зависимость от температуры линейная. Отражательная и пропускательная способность сапфира с повышением температуры падает. При $\lambda = 0.63$ мкм коэффициент отражения снижается почти 2 раза, при $\lambda = 1.15$ мкм темп снижения не столь высокий. Пропускательная способность сапфира меняется слабо.

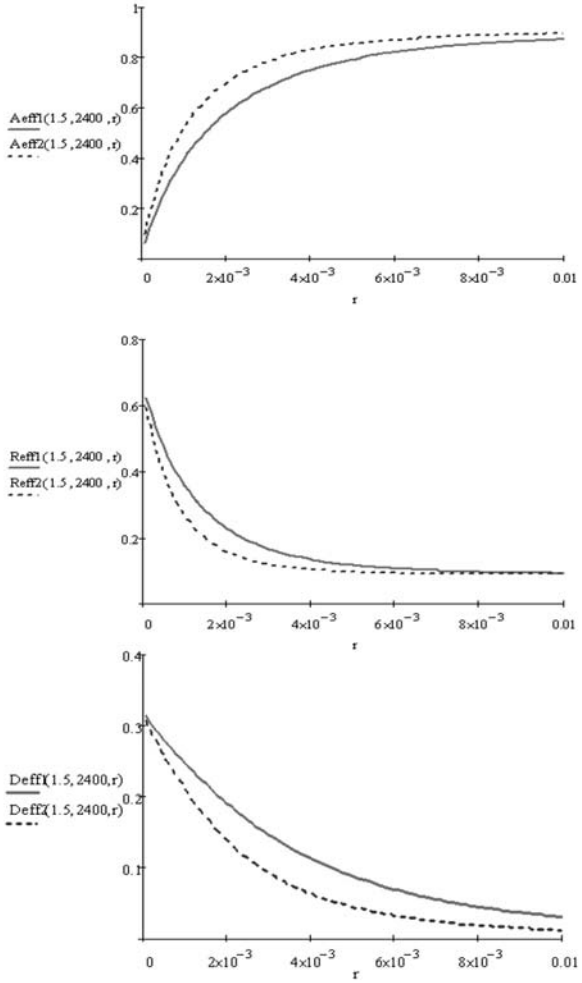

Рис.3 Эффективные оптические параметры сапфира при разных значениях радиуса частиц (макс. радиус 1 см): сплошная линия – λ=0,63 мкм, пунктирная линия – 1,15 мкм

На рис.3 представлены графики зависимости оптических параметров от радиуса частицы при фиксированной температуре $T = 2400$ К. Зависимость A^* от радиуса сильная, поглощатель-

ная способность падает от 0.9 до 0.1, при этом до значения $\rho_c = 4$ мм снижение поглощательной способности практически не наблюдается, затем отмечается резкое снижение до $A^* = 0.1$. Коэффициенты отражения и пропускания, в силу оптического баланса, наоборот, растут по мере уменьшения размера частиц. Максимальное значение коэффициента отражения $R^* = 0.6$, коэффициента пропускания порядка $D^* = 0.3$. Зависимость от длины волны проявляется в характере протекания процесса, при $\lambda = 1.15$ мкм процесс характеризуется более значительными перегибами, чем при $\lambda = 0.63$ мкм.

На рис.4 представлено сравнение степени черноты сапфира по формуле (18) с учетом (22 b) и экспериментальных данных [7, 8]. В работе [7, 8] эксперимент проводился при длине волны мкм и при радиусе частиц $\rho_c = 55$ мкм. Температурный диапазон охватывает $T \in [2240 - 2440]$ К и в целом совпадает с диапазоном температур численного расчета. Сравнительный анализ показывает, что поглощательная способность эксперимента совпадает с расчетным диапазоном, но характер линий отличается, экспериментальная линия более крутая, тогда как расчетная линия более пологая. Это можно объяснить как не совпадением длин волн, так и самим характером эксперимента, где измерения проводили в потоке частиц Al_2O_3.

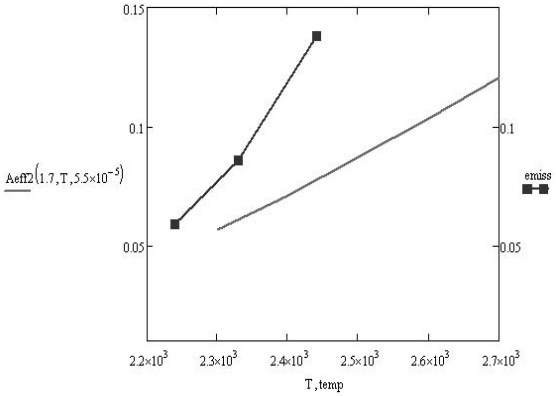

Рис.4 Сравнение результатов расчетов и экспериментальных данных степени черноты оксида алюминия от температуры: сплошная линия – расчет по данным [6], ■ – данные [7, 8]

ВЫВОДЫ

Полученные в работе формулы для вычисления оптических параметров частиц со сферической осевой симметрией дают удовлетворительное согласование с экспериментальными данными и могут быть рекомендованы для инженерных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рубцов Н.А. Тепловое излучение в сплошных средах // Новосибирск, «Наука», Сибирское отделение. 1984, 277 с.
2. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен // Изд-во Мир, М. 1976. 616 с.
3. Домбровский Л.А. Тепловое излучение сферической частицы из полупрозрачного материала // ТВТ, 1999, т. 37, №3, с. 284-293.
4. Рубцов Н.А. Тепловое излучение осесимметричных полупрозрачных систем. // ТиА, 2008, №2, с. 313-323
5. Рубцов Н.А., Слепцов С.Д. Анализ свойств теплового излучения осесимметричных полупрозрачных систем с проницаемыми границами // теплофизика и Аэромеханика. 2008, т.15, №4, с. 711-715
6. А.Б. Шигапов Оптические свойства окиси алюминия при высоких температурах // ТВТ, 1998, т.36, №1, с. 39-43
7. Рубцов Н.А., Емельянов А.А. Экспериментальное исследование оптических свойств потока частиц окиси алюминия при высоких температурах // Препринт 25-78, ИТ СО РАН, Новосибирск, 1978, 39 с.
8. Рубцов Н.А., Аверков Е.И., Емельянов А.А. Свойства теплового излучения материалов в конденсированном состоянии // Изд-во ИТ СО РАН, Новосибирск, 1988, 350 с.

© Слепцов С.Д., Рубцов Н.А.