ОСОБЕННОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ СНАРУЖИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПРОНИЦАЕМОГО ЦИЛИНДРА

Мочалин Е.В.

Донбасский государственный технический университет, Алчевск, Украина

ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОБЛЕМЫ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В технических приложениях встречается течение снаружи вращающегося проницаемого цилиндра с протоком жидкости через его боковую поверхность. В качестве примера можно привести ротационный фильтр механической очистки жидкостей, в котором сепарация взвешенных частиц осуществляется вращающимся перфорированным цилиндром [1]. Исследование подобного течения представляет интерес и в целях совершенствования энергетических установок с вращающимися цилиндрическими телами.

В монографии [2] систематизированы известные данные по гидродинамике и теплообмену снаружи непроницаемого вращающегося цилиндра при ламинарном и турбулентном движениях жидкости. Там же указано, что проток сквозь поверхность цилиндра (в терминах отсоса жидкости) способен внести существенные изменения в характер течения и границы существования различных режимов движения. Однако устоявшихся результатов, известных широкому кругу специалистов, в этом случае пока нет.

Задача осложняется тем, что закрученный вращающимся цилиндром поток, ограниченный внешними стенками, склонен к центробежной потере устойчивости с образованием пространственных вторичных течений. В этом случае возникает неоднородность распределения гидродинамических характеристик у поверхности цилиндра в осевом направлении. Достоверно изученным является течение между непроницаемыми соосными вращающимися цилиндрами и его частный случай с неподвижным наружным цилиндром [3,4]. В этом случае первичное ламинарное круговое течение Куэтта при достаточно малых угловых скоростях сменяется макровихревым движением в виде тороидальных вихрей Тейлора. При дальнейшем увеличении угловой скорости друг друга сменяют целый ряд ламинарных и турбулентных макровихревых режимов. Влияние отсоса жидкости через поверхность вращающегося цилиндра на границы возникновения и характер макровихревого течения требуют своего изучения.

Наиболее близким к рассматриваемому типу течением, для которого изучено влияние отсоса жидкости, является течение в пограничном слое на вогнутой поверхности. Общим является то обстоятельство, что вблизи поверхности вращающегося цилиндра имеет место активное (дестабилизирующее) воздействие центробежных сил, так же как и при обтекании потоком неподвижной вогнутой поверхности [2]. В работе [77] проведено сопоставление результатов различных авторов по определению критического числа Гертлера, соответствующего потере устойчивости ламинарным потоком в пограничном слое на вогнутой поверхности, и сравнение их с имеющимися экспериментальными данными. При этом отмечается значительный разброс данных различных авторов и рекомендуются соотношения:

$$\text{Gö}_{\text{cr}} = 22.97 \quad \left(\delta^{**}/R\right) \le 0.02,$$

$$\text{Gö}_{\text{cr}} = 22.76\left(\frac{\delta^{**}}{R}\right)^{0.0484} \quad \left(0.02 < \delta^{**}/R < 0.1\right) \quad (1)$$

где δ^{**} − толщина потери импульса, R − радиус кривизны поверхности, $\text{Gö} = \frac{V_e \delta^{**}}{\nu}\sqrt{\frac{\delta^{**}}{R}}$ − число Гертлера, V_e − скорость на границе пограничного слоя.

Результаты исследования стабилизирующего влияния отсоса жидкости обобщены в работе [5] в виде зависимости

$$\frac{\text{Gö}_{\text{cr}}}{\text{Gö}_{\text{cr}0}} = 1 + 0.0277\left(\text{Re}_o^{**}\right)^{1.515},$$

$$\text{Re}_o^{**} = \frac{V_o \delta^{**}}{\nu} \quad (2)$$

где V_o − скорость отсоса, ν − кинематическая вязкость жидкости, а $\text{Gö}_{\text{cr}0}$ определяется выражениями (1).

Центробежная неустойчивость, границы которой определяются равенствами (1),(2), проявляется в виде вихрей Гертлера, вытянутых вдоль обтекаемой поверхности и сосредоточенных внутри пограничного слоя.

Основной особенностью пограничного слоя на поверхности вращающегося проницаемого цилиндра является окружная периодичность, что не позво-

ляет автоматически использовать зависимости (1),(2).

Таким образом, целью настоящей работы является достоверное определение границы возникновения и характера вторичных течений снаружи вращающегося проницаемого цилиндра (ВПЦ) с отсосом жидкости, а также оценка возможности использования для этого известных результатов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе [6] получено аналитическое решение, определяющее следующий профиль окружной скорости в осесимметричном ламинарном движении снаружи ВПЦ при подаче жидкости через неподвижный внешний проницаемый цилиндр:

$$v_\varphi = \frac{\tilde{r}^{2-\mathrm{Re}_r} - \left(1+\tilde{h}\right)^{2-\mathrm{Re}_r}}{\tilde{r}\left(1-\left(1+\tilde{h}\right)^{2-\mathrm{Re}_r}\right)} \qquad (3)$$

где $v_\varphi = V_\varphi / W$ − безразмерная окружная скорость, $\tilde{r} = r/R$ − безразмерная радиальная координата, $\tilde{h} = h/R$ − безразмерная высота кольцевой области, R − наружный радиус ВПЦ, $W = \Omega R$ − окружная скорость поверхности цилиндра, Ω − его угловая скорость, а радиальное число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_r = V_o R/\nu \qquad (4)$$

определяется по скорости отсоса V_o.

Как показано в [6], при $\mathrm{Re}_r > 50$ вместо (3) можно использовать более простое выражение

$$v_\varphi = \tilde{r}^{1-\mathrm{Re}_r} \qquad (5)$$

В этом случае окружное движение жидкости сосредоточено в пограничном слое на вращающейся поверхности и внешняя неподвижная стенка не оказывает влияния на распределение скорости.

Для безразмерной толщины потери импульса из (5) имеем

$$\tilde{\delta}^{**} = \int_1^\infty v_\varphi\left(1-v_\varphi\right)d\tilde{r} = \frac{\mathrm{Re}_r - 1}{\left(2\,\mathrm{Re}_r - 3\right)\left(\mathrm{Re}_r - 2\right)} \qquad (6)$$

Физическое подобие рассматриваемого типа течений определяется [7] характеристиками вынужденного движения жидкости в каждом из независимых направлений и неравномерности распределения сил инерции. Характеристиками вынужденного движения в радиальном и окружном направлениях являются радиальное (4) и вращательное числа Рейнольдса. Последнее определяется следующим образом:

$$\mathrm{Re}_\varphi = WR/\nu$$

Вынужденное осевое течение в рассматриваемом случае отсутствует.

Неравномерность распределения сил инерции при наличии окружного течения во всем кольцевом зазоре высотой h (как это имеет место в случае непроницаемых цилиндров) характеризует число Тэйлора

$$\mathrm{Ta} = \frac{\Omega R h}{\nu}\sqrt{\frac{h}{R}} = \mathrm{Re}_\varphi\,\tilde{h}\sqrt{\tilde{h}}\,,$$

где $\tilde{h} = h/R$ − безразмерная высота кольцевой области.

При наличии пограничного слоя по окружной скорости вместо Ta используется число Гертлера , которое в данном случае определяется так:

$$\mathrm{Gö} = \frac{\Omega R \delta^{**}}{\nu}\sqrt{\frac{\delta^{**}}{R}} = \mathrm{Re}_\varphi\,\tilde{\delta}^{**}\sqrt{\tilde{\delta}^{**}} \qquad (7)$$

Однако в силу (6) число $\mathrm{Gö}$ выражается через Re_φ и Re_r. Вместо последнего будем в дальнейшем использовать безразмерную скорость отсоса (или параметр отсоса)

$$v_o = V_o/W \qquad (8)$$

учитывая соотношение

$$\mathrm{Re}_r = \mathrm{Re}_\varphi\, v_o \qquad (9)$$

В работе [8] с позиций линейной теории гидродинамической устойчивости построены нейтральные кривые, определяющие границу потери устойчивости первичным ламинарным течением снаружи ВПЦ с профилем окружной скорости (3) (рис.1). При этом рассмотрена устойчивость по отношению к малым осесимметричным возмущениям.

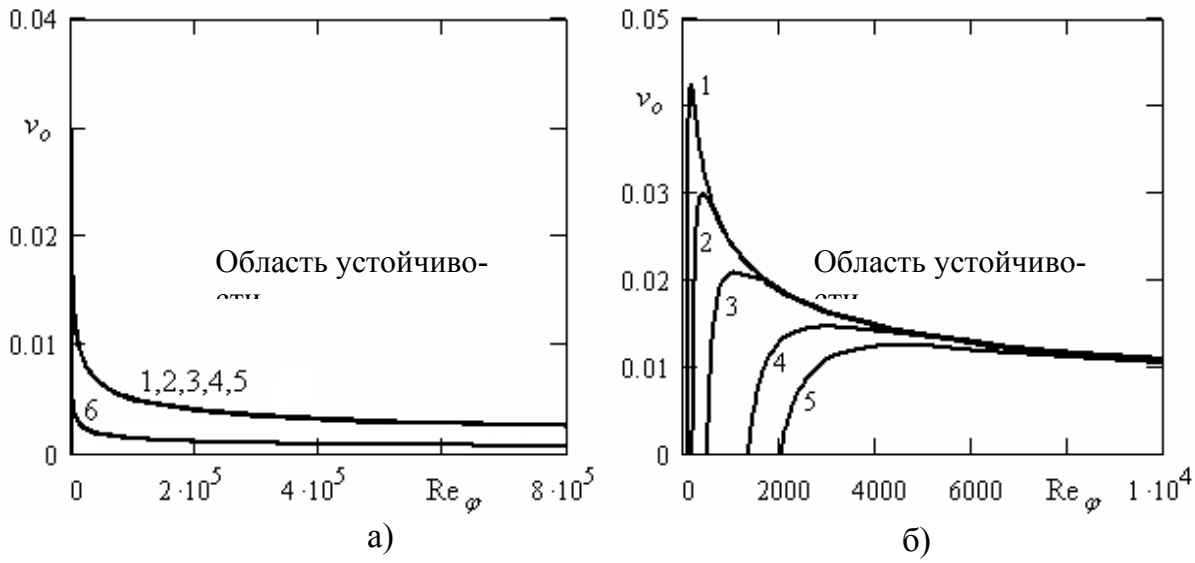


Рис.1. Нейтральные кривые устойчивости течения в кольцевом зазоре снаружи ВПЦ с отсосом жидкости в диапазонах $\mathrm{Re}_\varphi \le 8\cdot10^5$ (а) и $\mathrm{Re}_\varphi \le 1\cdot10^4$ (б): 1 – $\tilde{h} = 0.8048$; 2 – $\tilde{h} = 0.4024$; 3 – $\tilde{h} = 0.2012$; 4 – $\tilde{h} = 0.1006$; 5 – $\tilde{h} = 0.0768$; 7 – пограничный слой на вогнутой поверхности с отсосом (формула (11))

Как видно из графиков, при ($\mathrm{Re}_\varphi > 10^4$) нейтральная кривая становится универсальной, не зависящей от высоты кольцевой области (h). В этом диапазоне она хорошо аппроксимируется выражением

$$(v_o)_{cr} = 0.26\,\mathrm{Re}_\varphi^{-0.35} + 3.3\cdot10^{-4} \qquad (10)$$

Если с условиями (1),(2), определяющими границу проявления центробежной неустойчивости в пограничном слое на вогнутой поверхности с отсосом, использовать (весьма условно) выражение (6) толщины потери импульса, а также равенства, (7),(9), то мы придем к уравнению

$$\mathrm{Re}_\varphi\left(\frac{\mathrm{Re}_\varphi v_o - 1}{(2\,\mathrm{Re}_\varphi v_o - 3)(\mathrm{Re}_\varphi v_o - 2)}\right)^{1.5} = 22.97 + 0.636\left(\frac{\mathrm{Re}_\varphi v_o(\mathrm{Re}_\varphi v_o - 1)}{(2\,\mathrm{Re}_\varphi v_o - 3)(\mathrm{Re}_\varphi v_o - 2)}\right)^{1.515} \qquad (11)$$

Решение этого уравнения определяет кривую 7 на рис.1.

Сравнение показывает, что попытка использования известных для пограничного слоя на вогнутой поверхности с отсосом результатов при оценке границ центробежной потери устойчивости снаружи ВПЦ приводит к заниженным более чем на 100% значениям критической скорости отсоса по сравнению с более последовательным приближенным решением.

Как можно видеть, при $\mathrm{Re}_\varphi > 10^4$ критическая скорость отсоса не зависит от высоты кольцевой области. В этом случае $\mathrm{Re}_r > 50$ и толщина пограничного слоя в невозмущенном движении меньше высоты h. Линейный анализ дает для длины волны наиболее опасных возмущений (вызывающих при заданном Re_φ потерю устойчивости при наибольших значениях скорости отсоса v_o) значения близкие к удвоенной высоте пограничного слоя ($2\pi/k \approx 2\tilde{\delta}$). При этом сами возмущения сосредоточены в пределах пограничного слоя. Таким образом, малые осесимметричные возмущения развиваются по типу вихрей Гертлера. Проверку и уточнение этого результата можно выполнить на основе подробного численного моделирования, учитывающего нелинейность исходных уравнений и возможность развития турбулентности.

В работе [9] обоснован подход к дискретизации осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленных в виде уравнений переноса компонент импульса во вращающейся цилиндрической системе координат –

$$\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho V_i \mathbf{U}) = -\nabla p\cdot\mathbf{i}_i + \nabla\cdot(\mu_e \nabla V_i) + \nabla\cdot\left(\mu_e(\nabla V_j\cdot\mathbf{i}_i)\mathbf{i}_j\right) - \nabla\left(\frac{2}{3}\rho k\right)\cdot\mathbf{i}_i + S_i,\ \ (i = 1,2,3) \qquad (12)$$

где $\mathbf{i}_i$ – единичные векторы осей цилиндрической системы координат, k – удельная кинетическая энергия турбулентных пульсаций, μ_e – эффективная вязкость жидкости, а источниковые члены S_i, обусловленные криволинейностью и подвижностью системы координат, определены следующим образом:

$$S_1 = S_r = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial(\mu_e V_\varphi)}{\partial\varphi} - \frac{2\mu_e}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi} - \frac{2\mu_e V_r}{r^2} + \frac{\rho U_\varphi V_\varphi}{r} + \rho\Omega V_\varphi ,$$

$$S_2 = S_\varphi = \frac{2}{r^2}\frac{\partial(\mu_e V_r)}{\partial\varphi} + \frac{\mu_e}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{\mu_e}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mu_e V_\varphi}{r}\right) - \frac{2\mu_e V_\varphi}{r^2} - \frac{\rho U_\varphi V_r}{r} - \rho\Omega V_r ,$$

$$S_3 = S_z = 0 .$$

Верификация и тестирование демонстрируют достоверность и хорошие вычислительные свойства полученного методом конечных объемов численного решения.

В работе [10] показано, что применение SST k – ω модели турбулентности (модели Ментера) обеспечивает единый расчетный подход к моделированию исследуемого типа течений в широком диапазоне режимов движения жидкости: от устойчивого ламинарного до ламинарных и турбулентных макровихревых движений. При этом обеспечивается адекватный расчет осредненных характеристик течения жидкости, включая возможность предсказания локального вырождения турбулентности в условиях отсоса жидкости через поверхность ВПЦ. Уравнения переноса характеристик турбулентности (k, ω) имеют структуру, аналогичную уравнениям (12), и для их дискретизации используется аналогичный подход, основанный на конечно-объемной технологии. Полная формулировка модели Ментера приведена, в частности, в работе [11].

Охарактеризованный подход к подробному численному моделированию обладает высокой общностью и позволяет уточнить представленные выше результаты по устойчивости течения снаружи ВПЦ, полученные в линейном приближении. Для этого будем рассматривать расчетную схему, представленную на рис.2 и соответствующую осесимметричной задаче о течении несжимаемой жидкости между неподвижным наружным и вращающимся внутренним проницаемыми цилиндрами. Подача жидкости осуществляется равномерно через перфорированную поверхность наружного цилиндра, а отводится жидкость через поверхность вращающегося цилиндра (ВПЦ).

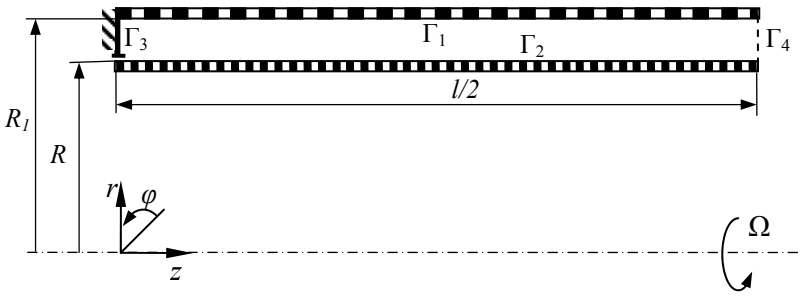


Рис.2. Расчетная схема течения жидкости в кольцевой области между неподвижной внешней и вращающейся внутренней однородно проницаемыми поверхностями

Используемые граничные условия имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\Gamma_1:\ V_\varphi = V_z = 0,\ V_r = v_o\Omega R\frac{R}{R_1} = \frac{v_o W}{1+\tilde{h}},\ \frac{\partial k}{\partial n} = 0,\ \omega = 10\frac{6\mu}{\rho\beta_{i,1}\Delta y^2},\\
&\Gamma_2:\ V_z = 0,\ V_\varphi = W,\ V_r = v_o W,\ \frac{\partial k}{\partial n} = 0,\ \omega = 10\frac{6\mu}{\rho\beta_{i,1}\Delta y^2},\\
&\Gamma_3:\ V_r = V_\varphi = V_z = 0,\ \frac{\partial k}{\partial n} = 0,\ \omega = 10\frac{6\mu}{\rho\beta_{i,1}\Delta y^2},\\
&\Gamma_4:\ \frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial\omega}{\partial z} = 0,\ V_z = 0,
\end{aligned}\right\}$$

где Δy − пристеночный шаг сетки, $\beta_{i,1} = 0.075$ − коэффициент модели турбулентности Ментера.

Для расчета используется структурированная прямоугольная расчетная сетка. Пристеночный шаг выбран равным $\Delta y = 5 \cdot 10^{-6} R$, что для всех исследуемых режимов позволяет иметь не менее 10 сеточных узлов в пределах ламинарного подслоя. Используемая модель позволяет наблюдать появление и развитие вторичных течений, а также распределение осредненных характеристик турбулентности.

Из рис.3 видно, что вторичные течения в виде макровихрей устойчиво проявляются не в пределах тонкого ламинарного пограничного слоя, как следует из линейного анализа, а по всей высоте кольцевой области. Эта тенденция сохраняется при увеличении высоты кольцевой области, по крайней мере, при $\tilde{h} \le 0.2$.

а)

б)

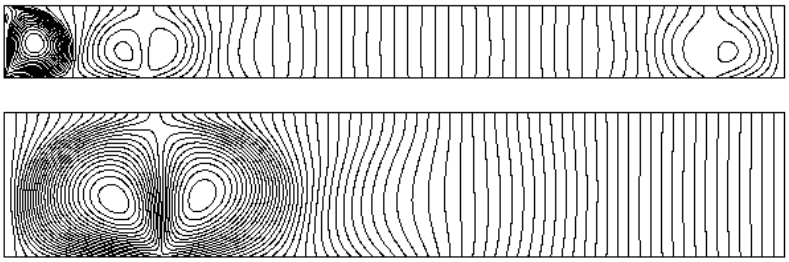


Рис.3. Линии тока относительного движения жидкости ($\mathrm{Re}_\varphi = 2 \cdot 10^5, v_o = 0.005$) при $\tilde{h} = 0.1$ (а) и $\tilde{h} = 0.2$ (б)

Тем не менее, граница появления макровихрей достаточно хорошо оценивается зависимостью (10), полученной методами линейной теории гидродинамической устойчивости (рис.4).

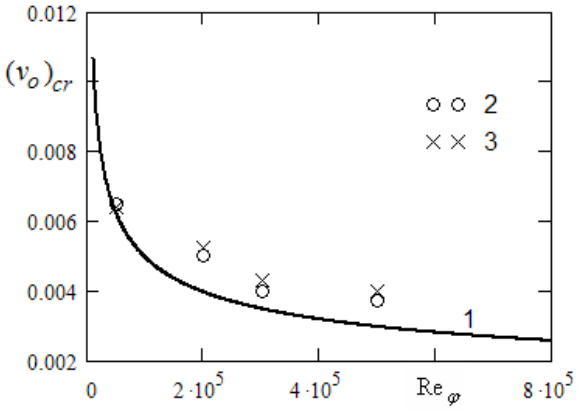


Рис.4. Граница появления макровихрей в кольцевой области снаружи ВПЦ с отсосом жидкости; 1 − зависимость (10); 2 − численный расчет $\tilde{h} = 0.1$; 3 − численный расчет $\tilde{h} = 0.2$

Численный анализ также показывает, что с уменьшением скорости отсоса жидкости (v_o) от заведомо больших значений до критических, в тонком ламинарном пограничном слое до возникновения макровихрей развивается турбулентность. Толщина турбулентного слоя растет до значений, приближающихся к высоте кольцевой области. И только после этого по всей высоте кольцевой области, как показано на рис.3, начинают появляться вторичные течения в виде квазитейлоровских макровихрей. Этот вывод иллюстрируется графиками на рис.5,6, где представлены распределения (профили) безразмерной окружной скорости (v_o) и относительной турбулентной вязкости ($\tilde{\nu}_t = \tilde{\nu}_t / \nu$) по высоте кольцевой области. Для сравнения на рис.5 приводится также ламинарный профиль скорости, полученный аналитически (формула (5)).

Рис.7 − 9 иллюстрируют зависимость профилей окружной скорости и турбулентной вязкости от безразмерной высоты кольцевой области $\tilde{h}$. Влияние внешней стенки начинает проявляться при достаточно большой толщине пограничного слоя. Для определенности можно сказать, что существенные различия в профилях v_φ и (особенно) $\tilde{\nu}_t$ появляются после того, как толщина пограничного слоя приближается к половине высоты кольцевой области для наименьшего из рассматриваемых значений $\tilde{h}$. Однако, как видно из рис.4, этот факт не влияет существенным образом на значение $(v_o)_{cr}$, определяющее границу возникновения макровихрей. В то же время, при больших $\tilde{h}$ уровень турбулентности для значений v_o, приближающихся к $(v_o)_{cr}$, выше.

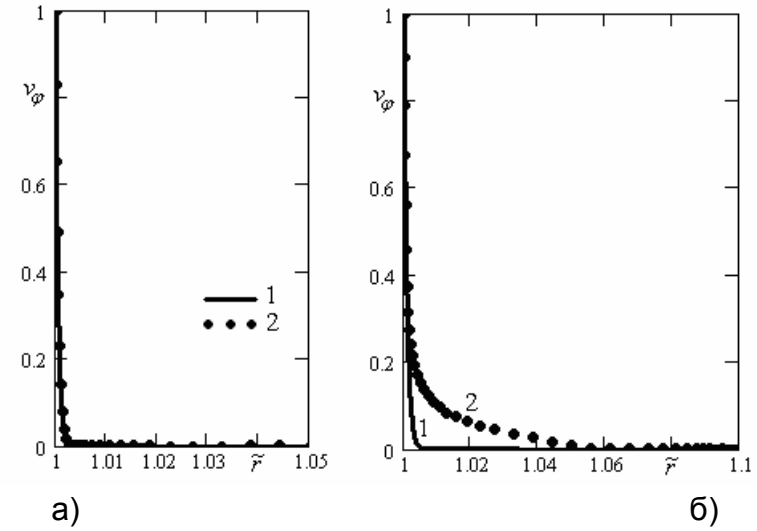


Рис.5. Профили безразмерной окружной скорости снаружи вращающегося проницаемого цилиндра при $\mathrm{Re}_\varphi = 2\cdot 10^5$, $v_o = 0.01$ (а) и $v_o = 0.0055$ (б): 1 − аналитическое решение (3.26), ламинарная модель; 2 − численное решение (модель турбулентности Ментера)

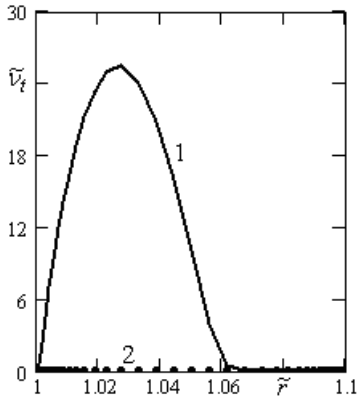
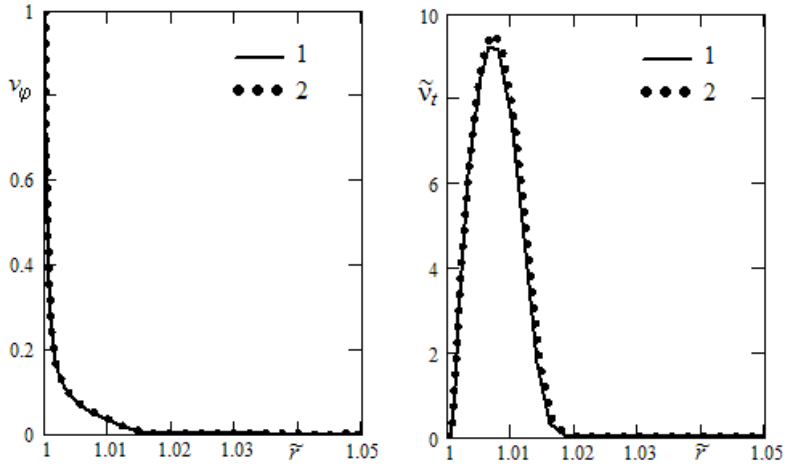
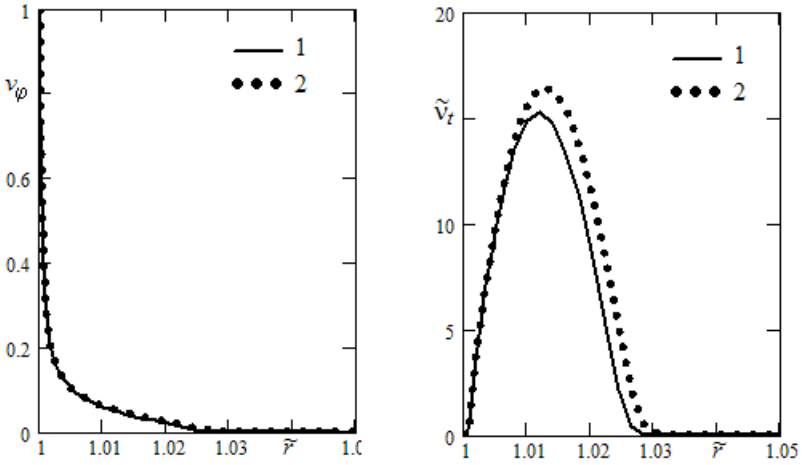


Рис.6. Профили относительной турбулентной вязкости снаружи вращающегося проницаемого цилиндра при $\mathrm{Re}_\varphi = 2\cdot 10^5$: 1 − $v_o = 0.0055$; 2 − $v_o = 0.01$



а) б)

Рис.7. Профили безразмерной окружной скорости (а) и относительной турбулентной вязкости (б) при $\mathrm{Re}_{\varphi} = 2 \cdot 10^5, v_o = 0.0085$: 1 – $\tilde{h} = 0.1$; 2 – $\tilde{h} - 0.2$



а) б)

Рис.8.Профили безразмерной окружной скорости (а) и относительной турбулентной вязкости (б) при $\mathrm{Re}_{\varphi} = 2 \cdot 10^5, v_o = 0.0075$: 1 – $\tilde{h} = 0.1$; 2 – $\tilde{h} - 0.2$

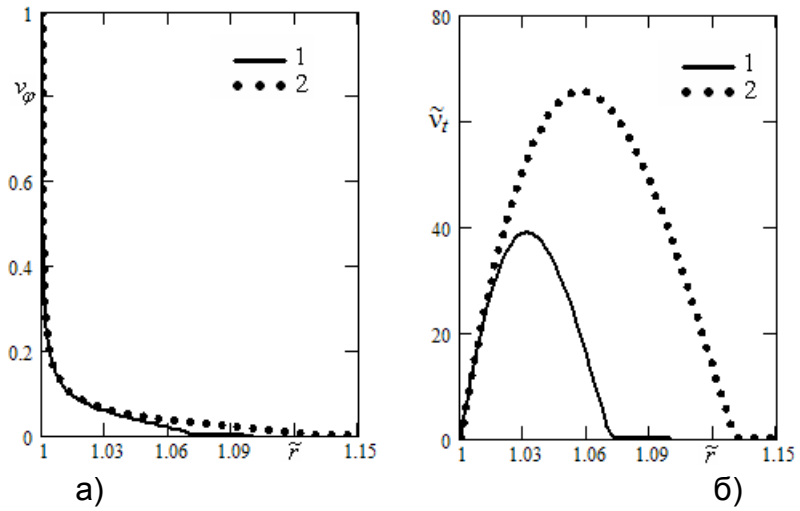


Рис.9. Профили безразмерной окружной скорости (а) и относительной турбулентной вязкости (б) при $\mathrm{Re}_\varphi = 2\cdot 10^5, v_o = 0.006$: 1 – $\tilde{h} = 0.1$; 2 – $\tilde{h} - 0.2$

ВЫВОДЫ

Выполненными исследованиями определена граница центробежной потери устойчивости потоком жидкости снаружи вращающегося проницаемого цилиндра с отсосом жидкости через его поверхность. Методом малых возмущений получено графическое представление и аналитическое выражение нейтральной кривой устойчивости, определяющей наименьшие (критические) значения безразмерной скорости отсоса , соответствующие появлению вторичных течений в виде макровихрей. Расчетный анализ на основе подробного численного решения уравнений Рейнольдса, замкнутых на основе SST k − ω модели турбулентности с детальным разрешением пристеночной области, продемонстрировал близость критических значений $(v_o)_{cr}$ к результатам линейного анализа с небольшим уточнением в сторону увеличения этих значений в области больших чисел Re_φ ($\mathrm{Re}_\varphi > 10^5$). При этом возникновению макровихрей предшествует турбулизация пограничного слоя на поверхности вращающегося цилиндра и рост его толщины до значений, близких к высоте кольцевой области. С увеличением этой высоты критические значения скорости отсоса существенным образом не изменяются. Влияние высоты $\tilde{h}$ на профили осредненной окружной скорости и турбулентной вязкости проявляется только при приближении скорости отсоса v_o к критическим значениям $(v_o)_{cr}$.

Полученные результаты могут быть использованы при совершенствовании ротационных фильтров механической очистки жидкостей, теплообменных устройств, роторных ветродвижителей, некоторых аппаратов химических и пищевых технологий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко В.П. Смазочные и гидравлические масла для угольной промышленности: Справочник / В.П.Коваленко, З.Л.Финкельштейн.– М.:Недра, 1991.– 294 с.
2. Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: в 4-х т. / А.А.Халатов, А.А.Авраменко, И.В.Шевчук.– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996.– Т.2: Вращающиеся системы.– 289 с.
3. Taylor G.I. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders / G.I.Taylor // Phil.Trans.Roy. Soc.London. A.– 1923.– V.223.– P. 289 – 343.
4. Coles D. Transition in circular Couette flow / D.Coles // J.Fluid Mech.– 1965–V.21.– P.385 – 425.
5. Термогазодинамика сложных потоков около криволинейных поверхностей / [А.А.Халатов, И.В.Шевчук, А.А.Авраменко и др.].– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1999.– 300 с.
6. Мочалин Е.В. Движение жидкости в окрестности вращающегося проницаемого цилиндра / Е.В.Мочалин // Вісник Східноукраїнського національного університету.– 2003.– №12(68), Ч.2.– С.197 – 202.

7. Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: в 4-х т. / А.А.Халатов, А.А.Авраменко, И.В.Шевчук.– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996.– Т.1: Криволинейные потоки.– 290 с.
8. Мочалин Е.В. Гидродинамическая устойчивость в рабочей полости ротационного фильтра / Е.В.Мочалин // Промислова гідравліка і пневматика.– 2005.– №4(10).– С. 50 − 54.
9. Мочалин Е.В. Численное моделирование течений вязкой жидкости в рабочей полости ротационного фильтра / Е.В.Мочалин // Сб. науч. трудов ДонГТУ.– Алчевск: ДонГТУ, 2007.– Вып. 23.– С. 169 − 183.
10. Мочалин Е.В. Выбор модели турбулентности для анализа течения снаружи вращающегося проницаемого цилиндра / Е.В.Мочалин // Восточно-европейский журнал передовых технологий.− 2007.− № 2/6 (26).− С. 20 − 26.
11. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб:/ Ю.А.Быстров, С.А.Исаев, Н.А.Кудрявцев, А.И.Леонтьев.– СПб.: Судостроение, 2005.– 392 с.