

УДК 532.526

УСТОЙЧИВОСТЬ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СЖИМАЕМОГО ГАЗА С ТЕПЛООБМЕНОМ НА СТЕНКЕ

Гапонов С.А., Терехова Н.М.

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, 630090, Россия*

АННОТАЦИЯ

В линейном и нелинейном приближениях (слабонелинейная теория устойчивости) рассмотрено взаимодействие возмущений в пограничном слое сжимаемого газа при охлаждении поверхности.

Рассмотрены режимы умеренных (число Маха $M=2$) и высоких ($M=5.35$) сверхзвуковых скоростей. Установлено, что охлаждение поверхности приводит к значительному изменению линейной эволюции возмущений: вихревые возмущения первой моды стабилизируются, а акустические возмущения второй моды дестабилизируются, степень изменения определяется степенью изменения температурного фактора. Нелинейное взаимодействие

в трехволновых системах на высоких ($M=5.35$) сверхзвуковых режимах в пограничном слое сжимаемого газа осуществляется между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. Волной накачки выступает плоская акустическая волна, которая возбуждает трехмерные субгармонические компоненты вихревой природы. В тоже время подобные взаимодействия для вихревых волн при $M=2$ значительно ослабевают.

Можно ожидать, что охлаждение поверхности приведет к затягиванию ламинарного режима при $M=2$ и ускорению турбулизации при $M=5.35$.

ВВЕДЕНИЕ

С практической точки зрения, большой интерес представляют пограничные слои на охлаждаемых поверхностях. Течение с охлажденной поверхностью имеет место при кратковременном полете на большой скорости самолета или ракеты. В этом случае обшивка летательного аппарата не успевает сильно нагреться и ее температура существенно ниже температуры теплоизолированной поверхности [1]. Примеры глубокого охлаждения поверхностей экспериментальных моделей приведены в обзорной части [2].

Влияние теплообмена на устойчивость пограничных слоев многообразно и неоднозначно. С одной стороны профили скорости при охлаждении становятся более наполненными, что работает на повышение их устойчивости, с другой – они становятся более тонкими и более чувствительными к состоянию поверхностей, наличию шероховатости. На охлаждаемых поверхностях может меняться агрегат-

ное состояние газа, выпадать иней. Замечено наличие реверса перехода, когда более глубокое охлаждение вызывает более ранний переход. При численном моделировании наряду с явлением полной стабилизации пограничных слоев обнаружено сложное поведение нейтральных кривых и наличие изолированных неустойчивых областей. Все это свидетельствует о том, что этот важный в практическом плане вопрос нуждается в дальнейшем изучении.

При движении со сверхзвуковыми скоростями происходит аэродинамический нагрев движущегося тела. При полете со скоростью звука повышение температуры воздуха у тела составляет до 50°C , при $M=2$ – до 190°C , при $M=5$ – до 1200°C . Аэродинамический нагрев осуществляется в виде конвективного нагрева, который описывается модифицированным законом Ньютона для теплообмена. При этом равновесная температура T_a близка к темпера-

туре торможения и может быть определена из выражения $T_a = (1 + \sqrt{\sigma} (\gamma - 1) / 2 M^2) T_e$, где σ - число Прандтля, а T_e и M - температура и число Маха на внешней границе пограничного слоя. На теплоизолированной поверхности T_a совпадает с температурой поверхности тела T_w . При наличии теплообмена на стенке (охлаждение или нагрев поверхностей) вводится понятие температурного фактора $T_{-w} = T_w / T_e$, значение которого при охлаждении меньше, а при нагреве - больше значения T_a / T_e . [1].

При малых уровнях внешних возмущений после линейного усиления наступает стадия нелинейного взаимодействия волн. Одним из наиболее типичных и часто реализуемых начальных стадий нелинейности является субгармонический трехволновой резонанс [3], который для сверхзвуковых потоков еще недостаточно исследован.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Основные положения модели линейного и нелинейного анализа динамики возмущений подробно изложены в [3-5]. Приведем необходимые положения. Рассматривается возмущенное поле скоростей, плотности, давления и температуры сжимаемого газа

$$\begin{aligned} \bar{u} &= |U(Y) + \varepsilon u', \varepsilon v', \varepsilon w'|, \\ \rho(Y) &+ \varepsilon \rho', P(Y) + \varepsilon p', \\ T(Y) &+ \varepsilon \Theta', p' / P = \zeta' / \rho + \Theta' / T \end{aligned}$$

в безразмерной декартовой системе координат $X, Y, Z = (x, y, z) / \delta$, где $\delta = (V_e x / U_e)^{1/2}$ - характерный масштаб, e - индекс параметров на внешней границе пограничного слоя ($\varepsilon \ll 1$). Величины со штрихами и без штрихов - пульсационные и средние компоненты соответствующих величин. Решение строится с помощью разложения по малому параметру ε - и двухмасштабному разложению продольной координаты X . Помимо "быстрого" масштаба X вводится "медленный" масштаб $\xi = \varepsilon X$, что обосновывается большой разницей между скоростями изменения фазы и амплитуды возмущений.

Волновые решения ищутся в виде

$$\bar{Z}'_j = A_j(\xi) \bar{Z}'_j{}^0(Y) \exp(i\theta_j) + \varepsilon \bar{Z}'_j{}^1 + \dots, j=1-3(1)$$

где $\bar{Z}' = |u', v', w', p', \Theta'|$ - собственные амплитудные функции продольной, нормальной и трансверсальной компонент волновых скоростей, возмущения давления и температуры; A - медленно меняющаяся амплитуда; $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$, $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$, α^i - коэффи-

циент продольного усиления, при $\alpha^i < 0$ - инкремент; волновые числа α , β и вещественная частота $\omega = 2\pi f$ связаны дисперсионным соотношением $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$ по линейной теории. В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных колебаний - бегущих волн вихревой природы (синонимы: волны Толлмина-Шлихтинга, вязкие волны, возмущения первой моды) - появляются возмущения, связанные с возбуждением акустических мод, из которых в данном диапазоне чисел Маха наиболее устойчивой является вторая мода [2].

В данной работе рассмотрена линейная эволюция возмущений для двух чисел Маха, и в рамках слабонелинейной теории устойчивости проведено теоретическое исследование возможности реализации трехволновых взаимодействий в пограничном слое сжимаемого газа при разных значениях температурного фактора.

Для линейных возмущений решается система Дана-Линя [2]. В первом порядке по ε эта однородная система является основой для нахождения собственных значений α при заданных β, ω и числах Рейнольдса $Re_x = x / \delta$ ($Re = \sqrt{Re_x}$), а также для построения собственных амплитудных функций линейных волн (1) при неопределенном A . В слабонелинейной теории указанные параметры считаются искомыми, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны A .

Для линейных возмущений решается система Дана-Линя [2]. В первом порядке по ε эта однородная система является основой для нахождения собственных значений α при заданных β, ω и числах Рейнольдса $Re_x = x / \delta$ ($Re = \sqrt{Re_x}$), а также для построения собственных амплитудных функций линейных волн (1) при неопределенном A . В слабонелинейной теории указанные параметры считаются искомыми, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны A .

В основе резонансной модели лежит процесс трехволнового взаимодействия волн в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. Во втором порядке по ε из неоднородных уравнений находятся возмущения второго порядка \bar{Z}'^1 , и, используя условия разрешимости, записываются амплитудные уравнения для резонансных триад. Эти уравнения аналогичны системе, полученной в [3-5].

Для каждой волновой моды безразмерный частотный параметр F , связанный с частотой зависимостью $\omega = Re F$, а также приведенное безразмерное волновое число $b = \beta \cdot 10^3 / Re$ оставались постоянными. В работе рассмотрены как плоские (2D) волны с $\beta = 0$, так и косые трехмерные (3D) волны с $\beta \neq 0$.

Записав уравнение для возмущений давления в асимптотическом виде (при больших α Re и α) как $p'' = \alpha^2(1-M^2(U-c)^2/T)p$ нетрудно убедиться, что при $M^2(U-c)^2/T > 1$ решение p колеблется [2]. Это интерпретируется как появление звуковых или акустических колеба-

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Численное моделирование проведено для постоянных температур торможения 390К, $\gamma=1,4$, числе Прандтля $\sigma=0.72$, числах Маха на внешней границе пограничного слоя $M=2$ и 5.35; числах Рейнольдса $Re > 650$.

Представим результаты для $M=2$.

Для $M=2$ на теплоизолированной поверхности температурный фактор $T_{-w}=1.678$. При охлаждении толщина пограничного слоя значительно уменьшается, профили скоростей становятся более наполненными, а градиенты средних температур меняют знак в пределах слоя. Это может привести к неожиданным аспектам в поведении характеристик возмущений, что демонстрирует следующий рисунок.

На рис.1 показаны линейные инкременты двумерных (плоских) вихревых волн первой моды при разных числах Рейнольдса и разных температурных факторах.

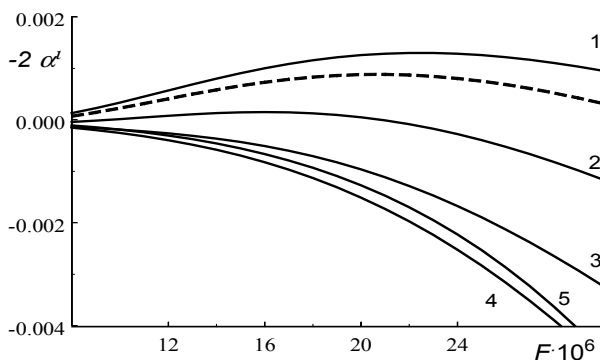


Рис.1 Зависимость линейных инкрементов - α^i 2D вихревых волн от частоты F при числе $Re = 1000$ и различных температурных факторах $T_{-w} = 1.8, 1.4, 1.0, 0.6, 0.2$ (1-5). Штриховая линия - инкременты на теплоизолированной пластине.

Известно, что возмущения первой моды своим генезисом обязаны вязкости. Она порождает в пристенной области необходимый сдвиг фаз у пульсаций компонент скорости,

Заметим также, что средняя температура T находится в знаменателе и ее уменьшение на стенке эквивалентно увеличению числа Маха для возмущений, что ясно будет показано ниже.

После этих необходимых разъяснений рассмотрим полученные результаты.

так что возникают напряжения Рейнольдса, обеспечивающие генерацию пульсационной энергии за счет энергии среднего потока. В тоже время вязкость ответственна и за диссипацию энергии. Это ее противоречивое действие полностью проявляется при охлаждении обтекаемой поверхности. Вязкость пропорциональна температуре и при понижении последней уменьшаются ее генерационные возможности, что приводит к понижению линейных инкрементов порождаемых волн. Это ясно видно на рис.1. Замечено, что существует предельное значение $T_{-w}=0.49$, охлаждение ниже которого приводит к реверсу изучаемых зависимостей, и в области затухающих колебаний обнаружено понижение запаса устойчивости двумерных волн.

Логично связать этот реверс с влиянием резких средних температурных градиентов в тонких слоях на охлаждаемой стенке.

Сравнение степеней усиления α^i плоских и трехмерных волн при разных T_{-w} показало, что для первой моды инкременты 3D компонент превосходят инкременты 2D компоненты, максимум α^i приходится на $b=0.14$, это значение соответствует углу наклона волнового вектора к направлению основного потока $\sim 45^\circ$.

Рассмотрим влияние охлаждения поверхности на нелинейное взаимодействие возмущений в симметричном триплете. В таком триплете плоская двумерная волна на большей частоте (гармоника) взаимодействует с двумя косыми трехмерными волнами на половинной частоте (субгармониками) в условиях синхронизма их фаз.

На рис.2 показано как нелинейно эволюционируют вниз по потоку волны первой моды при разных T_{-w} и одинаковых начальных интенсивностях. Начальная интенсивность гармоники - 1% от значения средней массовой скорости ρU . Начальная интенсивность субгармоник была на порядок меньше.

Нелинейное взаимодействие в симметричном триплете при данных параметрах достаточно слабое, выше всего оно для теплоизоли-

рованной пластины и уменьшается с уменьшением температурного фактора. Визуально из рисунка можно заключить, что для $T_{-w}=1.0$ субгармоники развиваются почти по линейному закону.

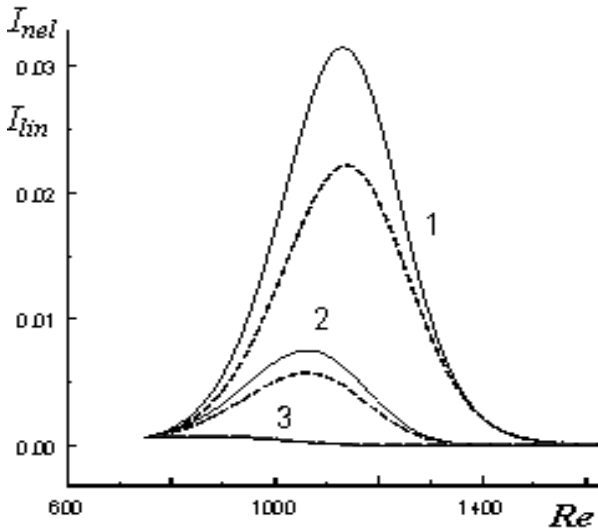


Рис.2 Нелинейные интенсивности субгармоник при температурных факторах $T_{-w}=1.687, 1.4, 1.0$ (цифры 1-3). Штриховые линии - линейные интенсивности.

Общий вывод, который можно сделать на основании проведенного моделирования для $M=2$, состоит в том, что охлаждение поверхности при умеренных числах Маха приводит к стабилизации вихревых возмущений первой моды в линейной и нелинейной областях развития.

Представим результаты для $M=5.35$.

На теплоизолированной стенке при высоком сверхзвуковом $M=5.35$ температурный фактор $T_{-w}=5.857$, последний из рассмотренных здесь $T_{-w}=0.857$ соответствует охлаждению поверхности от 1290K до 190K. Также как и для $M=2$ при охлаждении наблюдается уменьшение толщины пограничного слоя и увеличение его заполненности в пристенной области. Для вихревых возмущений это должно способствовать стабилизации. На эпюрах средних температур в охлаждаемых слоях еще более отчетливо, чем для $M=2$, видно понижение температур во всех областях течения, расширение диапазона отрицательных температурных градиентов и общий рост этих значений.

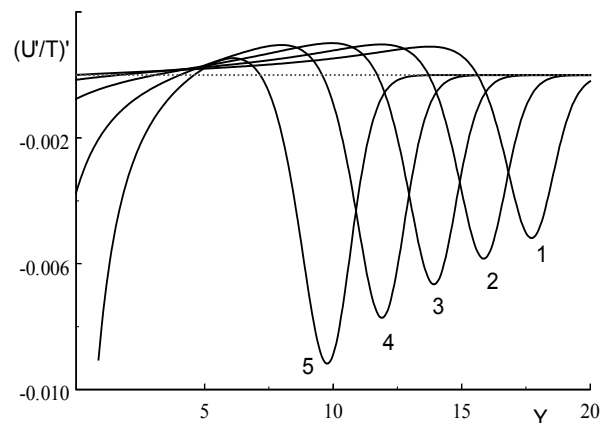


Рис.3 Поперечные распределения комплекса $(U'/T)'$ при $M=5.35$ и температурных факторах $T_{-w}=5.587, 4.587, 3.587, 2.587, 1.587$ (цифры 1-5). Значение $T_{-w}=5.587$ соответствует теплоизолированной стенке.

В теории устойчивости сверхзвуковых течений важную роль играет обобщенная точка перегиба, в которой $(U'/T)'=0$. Как известно, наличие обобщенной точки перегиба приводит к невязкой (релеевской) неустойчивости. При этом фазовая скорость волны равна скорости основного течения в точке перегиба. На рис. 3 приведены зависимости $(U'/T)'$ от поперечной координаты Y .

Видно, что в пограничном слое есть две обобщенные точки перегиба, одна в пристенной части, вторая ближе к границе пограничного слоя. В пристенной части влияние вязкости велико, и теория невязкой неустойчивости не применима. Поэтому невязкая неустойчивость в первую очередь будет проявляться через вторую точку перегиба.

На рис.4 приведены инкременты линейных двумерных волн α^i с $b=0$ и $M=5.35$ в зависимости от значений частотного параметра F для $Re=1000$ при разных температурных факторах (цифры 1-4). Максимальные значения инкрементов в области больших F соответствуют акустической моде. Второй максимум в области малых F - вихревой моде. Из рисунка ясно видно, что линейные степени роста волн второй моды значительно превышают соответствующие значения волн первой моды. Уже при $T_{-w}<3.587$ практически все двумерные вихревые волны становятся затухающими, их инкременты становятся декрементами. Максимальное α^i для двумерных вихревых волн расположено около $F=0.59 \cdot 10^{-4}$ для всех Re .

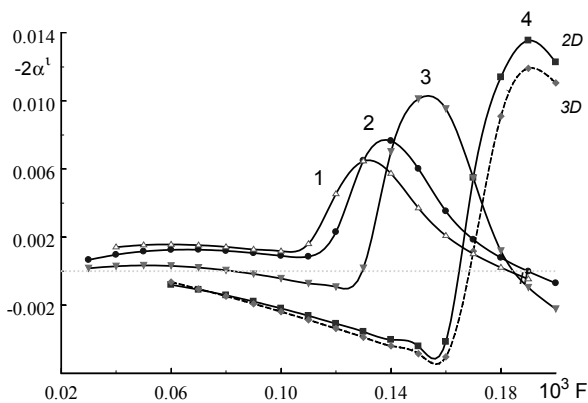


Рис.4 Зависимость линейных инкрементов α^i 2D и 3D волн первой и второй мод от частоты F при числе $Re=1000$ и различных температурных факторах $T_{-w}=6.587, 5.587, 3.587$ и 1.587 (1-4).

С ростом глубины и степени охлаждения все более неустойчивыми становятся акустические волны, их инкременты значительно возрастают по сравнению со значениями на теплоизолированной поверхности. На то, что охлаждение эквивалентно увеличению числа Маха истечения, было указано выше.

Для волн этих мод отличаются значения фазовых скоростей ($c_1 \approx 0.8, c_2 \approx 0.92$, что соответствует скорости основного течения в точке перегиба) и местоположение максимальных пульсации массовой скорости – для второй моды он расположен при $Y \approx 16$, а максимум первой модой в $Y \approx 12$.

Для $M=5.35$ моделируется взаимодействие в симметричных триплетах, составленных из 2D акустической гармоники с частотным параметром $F_G=1.4 \cdot 10^{-4}$ и двух косых вихревых субгармоник с $b=\pm 0.15$ и $F_S=0.7 \cdot 10^{-4}$. Начальное число $Re=1000$.

Нелинейность реализуется в режиме параметрической накачки. Возмущение акустической волны развивается по линейному закону, а когда его амплитуда (или интенсивность) достигает порогового значения, начинается воз-

буждение субгармонических составляющих. Естественно, что первыми возбуждаются субгармоники с максимальными инкрементами – трехмерные косые волны.

Если начальные интенсивности гармонических компонент ниже пороговых, то нелинейного взаимодействия практически нет, все волны развиваются по линейным законам. При небольшом превышении пороговых значений начинаются слабые взаимодействия, которые приводят к незначительному превышению линейных значений субгармоник. Но при дальнейшем росте начальных гармоник нелинейное взаимодействие приводит к почти взрывному нарастанию интенсивности субгармоник. Ниже кратко иллюстрируется сказанное.

На рис. 5 представлены линейные и нелинейные интенсивности субгармоник для разных режимов параметрической накачки. Начало расчета в случае а - $Re=1250$, в случае б - $Re=1275$.

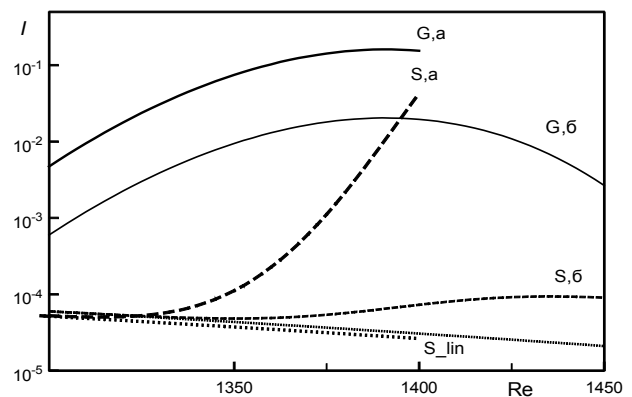


Рис.5 Зависимость нелинейных I_{nel} и линейных I_{lin} интенсивностей гармоник (G) и субгармоник (S) от числа Рейнольдса при $T_{-w}=1.587$ и разных начальных Re (а и б).

Столь незначительная разница в начальных Re приводит к смене характера взаимодействия – от сильного, взрывного нарастания субгармоник (S,a), к достаточно слабому, когда существует умеренное изменение последних (S,b).

ВЫВОДЫ

Общие выводы состоят в следующем: охлаждение обтекаемой поверхности приводит к стабилизации вихревых возмущений и усилению линейной неустойчивости акустических колебаний. При умеренных числах Маха нели-

нейное взаимодействие между вихревыми модами очень слабое, при высоких числах Маха оно осуществляется между акустическими и вихревыми волнами в режиме параметрического резонанса. Необходимо заметить, что

при высоких M такие взаимодействия не будут приоритетными в области перехода – главными будут процессы, связанные с высокими

инкрементами и амплитудами акустических компонент и развитие нелинейности может проходить по другим сценариям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аронин Г.С. Практическая аэродинамика /Г.С.Аронин -М.:Воениздат, 1962. -320 с. Aronin, G.S. (1962), *Prakticheskay dinamika* [Practical Aerodynamics], Military, Moskow, USSR.
2. Гапонов С.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках / Гапонов С.А., Маслов А.А. - Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980.-144с. Gaponov, S.A. and Maslov, A.A. (1980), *Razvitie vozmushcheniy v szhimaemykh potorakh* [The development of disturbances in compressible flows], Science, Novosibirsk, USSR.
3. Гапонов С.А. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя / Гапонов С.А., Масленникова И.И.// Теплофизика и аэромеханика.- 1997.- Т. 4. -№ 1, С. 3–12. Gaponov, S.A. and Maslennikova, I.I. (1997), “Subharmonic instability of a supersonic boundary layer”, *Teplofizika i aerodinamika*, Vol. 4, no. 1, pp.3-12.
4. Гапонов С.А. Устойчивость и трехволновое взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с охлаждением/Гапонов С.А., Терехова Н.М. //Вестник НГУ. Серия: Физика, 2010.Т.5,в.3.С.52-62. Gaponov, S.A. and Terekhova, N.M. (2010), “Stability and three-wave interaction of disturbances in supersonic boundary layer with cooling”, *Vestnik NGU. Seria: Fizika*,. Vol. 5, no. 3, pp .52-62.
5. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Линейная эволюция и взаимодействие возмущений в пограничных слоях сжимаемого газа на непроницаемых и пористых поверхностях с теплообменом/ Гапонов С.А., Терехова Н.М. // Известия РАН. МЖГ, 2011. №3.С.69-83. Gaponov, S.A. and Terekhova, N.M. (2011), “The linear evolution and interaction of disturbances in the boundary layers of compressible gas-tight and porous surfaces with a heat transfer”, *Izvestia RAN, MZhG*, no. 3. pp. 69-83.