

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИСТЕЧЕНИЯ ИЗ СОПЕЛ ПИТАЮЩЕЙ ТРУБЫ МОЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Калинкин А.А., Тенев В.А., Турыгин Ю.В., Ветчанин Е.В.

Ижевский государственный технический университет, Ижевск, Россия

АННОТАЦИЯ

Дана постановка задачи о расчете течения жидкости в питающей трубе моечного устройства. Представлены результаты численного моделирова-

ния течения для трех видов моделей: трехмерной, осесимметричной и плоской.

ВВЕДЕНИЕ

Для промывки технологических полотен в бумагоделательном оборудовании используют струи диаметром обычно 1-3 мм, формируемые при прохождении через цилиндрические каналы сопел (насадков) протяженностью, соизмеримой с их диаметром. Струйные потоки создают нагнетанием жидкости под давлением от 20 до 100 МПа. При этом скорости истечения на выходе из сопел составляют от 50 до 180 м/с. Определяющую роль в процессе формирования каждой из струй играют профиль, размеры, и геометрия канала сопла. Влияние на форму струи и распределение скоростей в выходном сечении оказывают также форма внутренней полости питающей трубы, давление жидкости в трубе, направления и скорости потоков вблизи сопла.

Процесс промывки включает формирование питающего потока жидкости в трубе с многочислен-

ными выходными отверстиями и формирование многоструйного моечного потока. Питающая труба (рис. 1) служит для подачи жидкости к соплам. Одновременно она выполняет функции несущего элемента конструкции и резервуара, обеспечивающего выравнивание (в определенных пределах) давления и расходов на каждом сопле независимо от его местоположения. Конструктивные и гидравлические параметры трубы должны быть взаимосвязаны таким образом, чтобы все сформированные струи имели одинаковые параметры и характеристики. Кроме того, суммарное действие силовых факторов на тело трубы от внутреннего давления, веса жидкости, реактивных сил струй не должны вызывать недопустимого прогиба трубы.

Для определения параметров течения требуется численно решить уравнения гидродинамики.

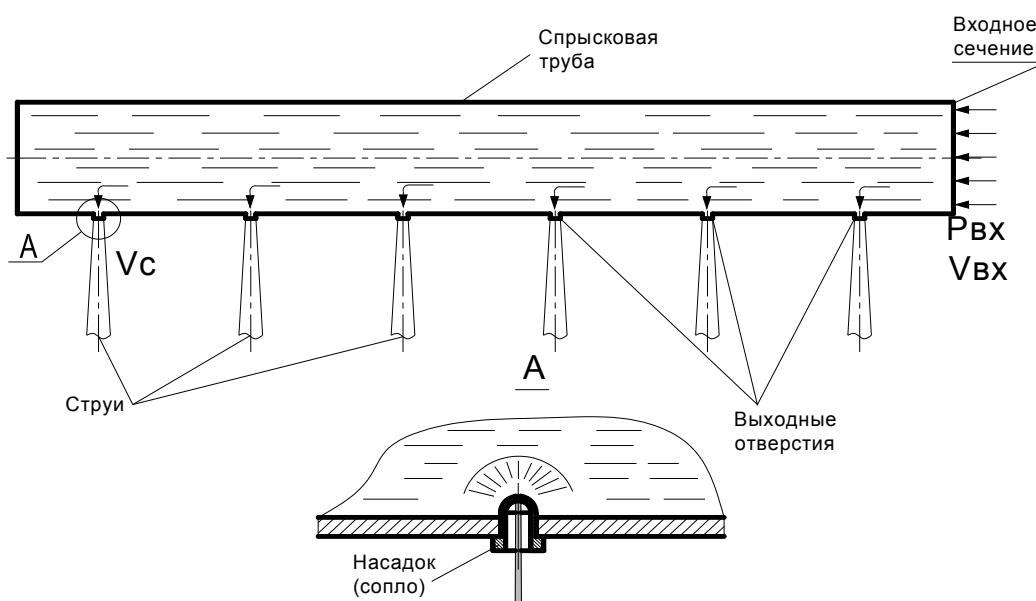


Рис.1. Схема формирования струй питающей (спрысковой) трубой

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнения гидродинамики взяты в общем виде для криволинейной ортогональной системы координат x_1, x_2, x_3 [1].

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho q_i \frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} \right) = 0,$$

где ρ - плотность жидкости; q_1, q_2, q_3 - проекции вектора скорости на оси координат x_1, x_2, x_3 ; H_1, H_2, H_3 - коэффициенты Лямэ.

Уравнение импульса

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial q_k}{\partial t} + \rho \sum_{i=1}^3 \left(\frac{q_i}{H_i} \frac{\partial q_k}{\partial x_i} - \frac{q_i^2}{H_i H_k} \frac{\partial H_i}{\partial x_k} + \frac{q_i q_k}{H_i H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x_i} \right) = \\ = \frac{1}{H_k} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3 H_k}{H_i} P_{ik} \right) - \frac{P_{ik}}{H_i} \frac{\partial H_i}{\partial x_k} \right], \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Компоненты тензора напряжений \mathbf{P} выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{11} = & -p + \frac{4}{3} \mu \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{q_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \frac{q_3}{H_1 H_3} \frac{\partial H_1}{\partial x_3} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \mu \left[\frac{1}{H_2} \frac{\partial q_2}{\partial x_2} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial q_3}{\partial x_3} + \frac{q_1}{H_1} \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{H_2 H_3} \left(q_2 \frac{\partial H_3}{\partial x_2} + q_3 \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \right) \right] \\ P_{22} = & -p + \frac{4}{3} \mu \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial q_2}{\partial x_2} + \frac{q_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{q_3}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \mu \left[\frac{1}{H_1} \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial q_3}{\partial x_3} + \frac{q_2}{H_2} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{H_1 H_3} \left(q_1 \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + q_3 \frac{\partial H_1}{\partial x_3} \right) \right] \\ P_{33} = & -p + \frac{4}{3} \mu \left(\frac{1}{H_3} \frac{\partial q_3}{\partial x_3} + \frac{q_1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + \frac{q_2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \mu \left[\frac{1}{H_1} \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial q_2}{\partial x_2} + \frac{q_3}{H_3} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial x_3} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \right) + \frac{1}{H_1 H_2} \left(q_1 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + q_2 \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) \right] \\ P_{12} = P_{21} = & \mu \left[\frac{1}{H_2} \frac{\partial q_1}{\partial x_2} + \frac{1}{H_1} \frac{\partial q_2}{\partial x_1} - \frac{1}{H_1 H_2} \left(q_1 \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + q_2 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) \right] \\ P_{23} = P_{32} = & \mu \left[\frac{1}{H_3} \frac{\partial q_2}{\partial x_3} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial q_3}{\partial x_2} - \frac{1}{H_2 H_3} \left(q_2 \frac{\partial H_2}{\partial x_3} + q_3 \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) \right] \\ P_{13} = P_{31} = & \mu \left[\frac{1}{H_3} \frac{\partial q_1}{\partial x_3} + \frac{1}{H_1} \frac{\partial q_3}{\partial x_1} - \frac{1}{H_1 H_3} \left(q_1 \frac{\partial H_1}{\partial x_3} + q_3 \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \right], \end{aligned}$$

где p - давление; μ - коэффициент динамической вязкости.

Поскольку скорость движения жидкости значительно меньше местной скорости звука $M < 0,3$, где

M число Маха, а процесс протекает при постоянной температуре, следует принять, что жидкость несжимаема и процесс изотермический. Течение жидкости по трубе следует рассматривать как установившееся.

Для стационарного несжимаемого течения уравнения принимают вид:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho q_i \frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{q_i}{H_i} \frac{\partial q_k}{\partial x_i} - \frac{q_i^2}{H_i H_k} \frac{\partial H_i}{\partial x_k} + \frac{q_i q_k}{H_i H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x_i} \right) =$$

$$= \frac{1}{\rho H_k} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3 H_k}{H_i} P_{ik} \right) - \frac{P_{ik}}{H_i} \frac{\partial H_i}{\partial x_k} \right], \quad k = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$P_{11} = -p + 2\mu \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{q_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \frac{q_3}{H_1 H_3} \frac{\partial H_1}{\partial x_3} \right)$$

$$P_{22} = -p + 2\mu \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial q_2}{\partial x_2} + \frac{q_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{q_3}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \right)$$

$$P_{33} = -p + 2\mu \left(\frac{1}{H_3} \frac{\partial q_3}{\partial x_3} + \frac{q_1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + \frac{q_2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right)$$

Численные расчеты проводились для двух типов задач.

1. Трехмерное течение в цилиндрической системе координат:

$x_1 = x, x_2 = r, x_3 = \varphi$ - координатные линии;

$q_1 = u, q_2 = v, q_3 = w$ - проекции вектора скорости на оси координат;

$H_1 = 1, H_2 = 1, H_3 = r$ - коэффициенты Лямэ.

2. Осесимметричное течение в криволинейных координатах:

$x_1 = \xi, x_2 = \eta$ - координатные линии;

$q_1 = u, q_2 = v$ - проекции вектора скорости на оси координат;

$H_1 = H_2 = J = \sqrt{x_\xi^2 + x_\eta^2}, H_3 = r$ - коэффициенты Лямэ.

Следует отметить, что соотношение площадей входного и выходных сечений разнятся на несколько порядков и поэтому скорости и характер течения на входе и на выходе будут различны: по предварительным оценкам режим течения на входе и в большей части сечения трубы будет ламинарным, а в некоторой части струи - турбулентным. Турбулентность рассчитывалась с применением двухпараметрической модели $K - \varepsilon$ (K - кинетическая энергия, ε - скорость диссипации). Например, для осесимметричного случая криволинейных координат уравнения переноса K, ε имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho r J^2 U K) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r J^2 V K) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(r \mu \sigma \frac{\partial K}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(r \mu \sigma \frac{\partial K}{\partial \eta} \right) + r J^2 \rho (B - \varepsilon) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho r J^2 U \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r J^2 V \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(r \mu \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(r \mu \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \right) + r J^2 \rho \varepsilon \frac{c_1 B - c_2 \varepsilon}{K}, \quad (4)$$

где $U = \frac{1}{J^2} \left(u \frac{\partial x}{\partial \xi} + v \frac{\partial x}{\partial \eta} \right),$

$$V = \frac{1}{J^2} \left(u \frac{\partial x}{\partial \eta} + v \frac{\partial x}{\partial \xi} \right),$$

$\mu = c_3 \rho \frac{K^2}{\varepsilon}, c_1, c_2, c_3, \sigma, B$ - эмпирические коэффициенты.

Для решения задачи (1 - 4) применяется численный метод SIMPLE [2], реализованный в трехмерной постановке в [3].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим трехмерное течение в трубе с применением цилиндрической системе координат. Пространственное представление векторного поля течения представлено на рис.2.

Поле течения в плоскости, проходящей через центр отверстий, показано на рис.3.

Формирование струй происходит преимущественно в некоторой ограниченной области, примыкающей к выходному сечению каждого из сопел. Эта область включает как участки течения, прилегающие к отверстию, так и участки, ограниченные профилем отверстия, например, каналом насадка

или сопла, а иногда и участки струи за пределами сопла (участки свободного истечения в газовую среду). При достаточном удалении отверстий друг от друга, как это имеет место в струйных моющих устройствах, взаимовлияние каждой из струй на параметры истечения других весьма незначительно. Область заметного изменения градиента скорости ограничена радиусом 15-30 мм, очерченным около отверстия, при расстоянии между отверстиями 200 мм. Следовательно, расчетную область моделирования процесса формирования струи можно ограничить только участком трубы, непосредственно примыкающим к отверстию, задавая граничные условия на входном и выходном сечениях участка исходя из общего решения в целом по всей трубе.

Течение в окрестности сопел рассчитывалось по второй модели - осесимметричное течение в криволинейных координатах. Для сопла картина течения приведена на рис.4.

Разностная сетка, применяемая при расчете, построена комплексным методом граничных элементов [3] и показана на рис.5. Течение, как видно из рис.4, является турбулентным.

Расчетное распределение давления при истечении из насадка, показано на рис.6.

Из данных, приведенных на рисунках видно, что области появления значимых градиентов по скорости и по давлению, как и предполагалось, ограничиваются небольшой окрестностью входа в сопло. Дальнейшее ускорение потока и падение давления происходят уже собственно в канале отверстия, а именно в переходной зоне участка ради-

усного сопряжения трубы с отверстием и далее - в цилиндрической части отверстия.

Из данных, приведенных на рисунках 4 и 6 видно, что в канале отверстия наблюдается характерное для такого случая сжатие струи и образование области разрежения. Истечение жидкости в таком режиме наблюдается в случае, когда отверстие является достаточно протяженным. Для тонкостенной трубы необходимо учитывать образование свободной поверхности струи.

Для сопла рассчитывался коэффициент расхода, равный отношению величины средней по сечению скорости V_c к скорости идеального истечения V_a :

$$\mu = \frac{V_c}{V_a},$$

$$\text{где } V_a = \sqrt{2 \frac{p_0 - p_a}{\rho}}; \quad p_0 - p_a - \text{ избыточное}$$

давление в трубе.

Для давления от 1 до 10 бар коэффициент расхода изменяется от 0.83 до 0.86. Экспериментальные значения коэффициента расхода для отверстия с диаметром 0.4 мм находятся в диапазоне от 0.79 до 0.82.

На основе проведенных расчетов можно сделать заключение:

- формирование истечения в отверстиях не зависит от наличия других отверстий и может рассчитываться в осесимметричной постановке.

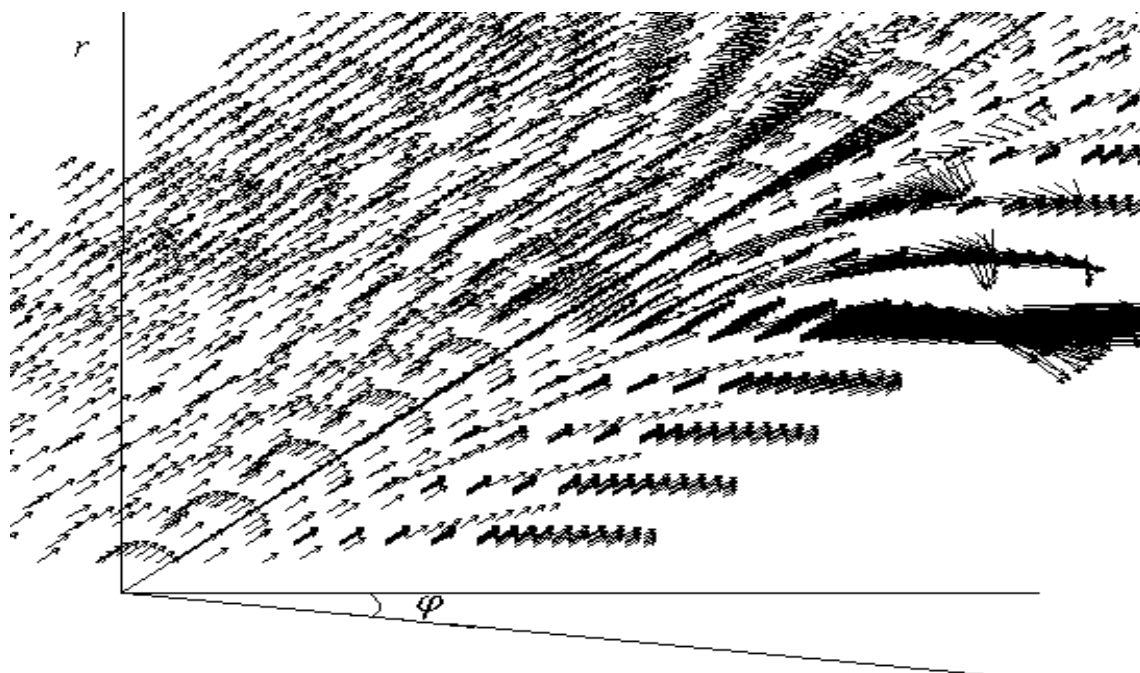


Рис.2. Трехмерное векторное поле

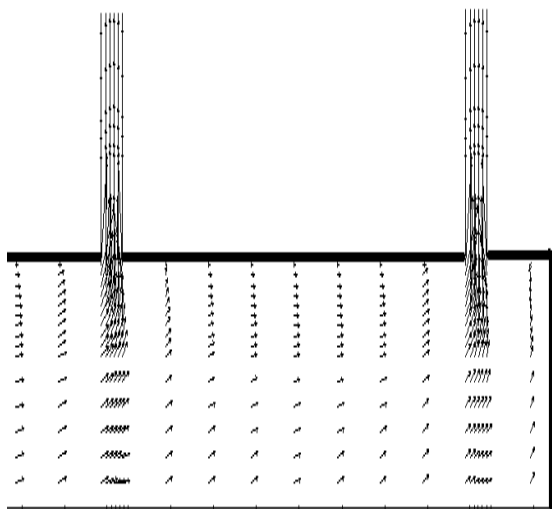


Рис.3. Векторное поле течения в меридиональной плоскости

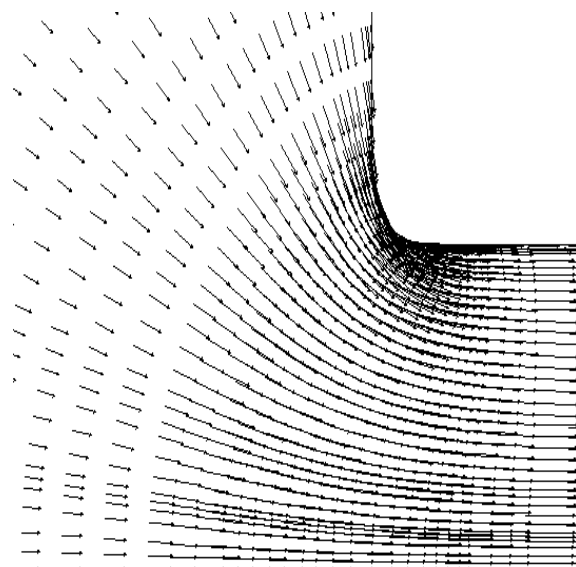


Рис.4. Поле течения в окрестности отверстия на стенке питающей трубы

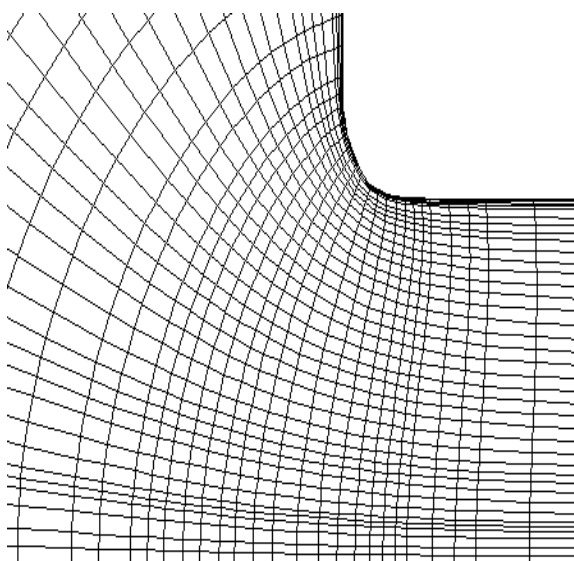


Рис.5. Разностная сетка для расчета течения в окрестности отверстия

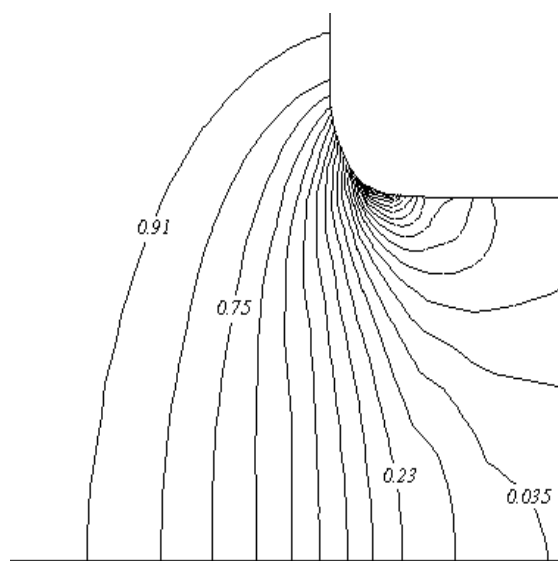


Рис.6. Изобары в окрестности отверстия

ЛИТЕРАТУРА

1. Моисеев М.Г., Савельев Ю.П., Циркунов Ю.М. Трение и теплообмен в аэродинамике летательных аппаратов. Уравнения Навье-Стокса и ламинарного пограничного слоя. Л.: ЛМИ, 1986.-116с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач

теплообмена и динамики жидкости.- М.: Энергоиздат, 1984. -150с.

3. Бендерский Б.Я., Тенев В.А. Пространственные дозвуковые течения в областях со сложной геометрией. //Математическое моделирование, т.13, №8, 2001.с.47-52.